



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rozšíření akreditace učitelství matematiky a učitelství deskriptivní geometrie
na PŘF UP v Olomouci o formu kombinovanou

CZ.1.07/2.2.00/18.0013

ROTAČNÍ KVADRIKY V PŘÍKLADECH

Marie OŠLEJŠKOVÁ, Lenka JUKLOVÁ

Olomouc 2013

Oponenti: Mgr. Marie Chodorová, Ph.D.
Mgr. Hana Chudá, Ph.D.

Neoprávněné užití tohoto díla je porušením autorských práv a může zakládat občanskoprávní, správněprávní, popř. trestněprávní odpovědnost.

© Marie Ošlejšková, Lenka Juklová, 2013

© Univerzita Palackého v Olomouci, 2013

ISBN 978-80-244-3998-3

ÚVOD	4
1 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY	5
1.1 Konstrukce rotačních kvadrik ze zadaných podmínek	5
Příklad 1 – Konstrukce rotačního elipsoidu v Mongeově promítání	5
Příklad 2 – Konstrukce rotačního paraboloidu v Mongeově promítání	7
Příklad 3 – Konstrukce rotačního paraboloidu v kótovaném promítání	9
Příklad 4 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání	11
Příklad 5 – Konstrukce jednodílného rotačního hyperboloidu v pravouhlé axonometrii	13
Příklad 6 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání	15
1.2 Řezy rotačních kvadrik	17
Příklad 7 – Řez rotačního elipsoidu v Mongeově promítání	17
Příklad 8 – Řez rotačního paraboloidu v kótovaném promítání	19
1.3 Průsečíky přímky s rotační kvadrikou	21
Příklad 9 – Průsečíky přímky s jednodílným rotačním hyperboloidem, tečná rovina hyperboloidu v Mongeově promítání	21
Příklad 10 – Průsečíky přímky s rotačním elipsoidem v axonometrii	23
Příklad 11 – Průsečík přímky s dvojdílným hyperboloidem, tečná rovina	25
Příklad 12 – Tečné roviny k jednodílnému hyperboloidu procházející nevlastní přímkou	27
Příklad 13 – Průsečík přímky s rotačním paraboloidem	29
1.4 Průniky rotačních kvadrik	31
Příklad 14 – Průnik dvojdílného hyperboloidu a elipsoidu	31
Příklad 15 – Průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu v axonometrii	34
Příklad 16 – Vivianiho křivka	36
1.5 Osvětlení rotačních kvadrik	38
Příklad 17 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu	38
Příklad 18 – Středové osvětlení protáhlého elipsoidu	40
Příklad 19 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu v axonometrii	42
Příklad 20 – Rovnoběžné osvětlení jednodílného hyperboloidu	44
2 ZADÁNÍ PŘÍKLADŮ	47
LITERATURA	67

Úvod

Sbírka řešených příkladů je doplněním části učebního textu [1], byla vypracována jako diplomová práce [2]. Vzhledem k tomu, že sbírka navazuje na učební text, je v ní vynechána teorie potřebná k řešení příkladů, kterou čtenář najde v [1]. Sbírka je určena především pro posluchače navazujícího studia deskriptivní geometrie, je určena k procvičení učiva druhé části předmětu Plochy technické praxe 1, které je věnováno rotačním kvadrikám.

Při studiu deskriptivní geometrie se studenti setkájí většinou se základními příklady na rotačních kvadrikách, které jsou řešeny především v Mongeově promítání. Příklady v jiných projekcích nebo komplexnějšího charakteru nejsou v literatuře příliš běžné, případně je u nich jen zkrácený postup řešení a studenti nemají možnost si ověřit správnost svého řešení. V této sbírce příkladů je tak čtenáři nabídnuta možnost prověřit si své znalosti nejen na základních úlohách, ale vyzkoušet si řešení složitějších úloh nebo řešení příkladů na rotačních kvadrikách v různých projekcích. Každý příklad obsahuje podrobně popsany postup řešení, proto je možné zadání příkladů použít jako pracovní listy k samostatnému procvičení dané problematiky a správnost řešení si ověřit v popisu konstrukce. Čtenář tak může získat okamžitou zpětnou vazbu o správnosti svého řešení, případně snadno najít chyby, kterých se při řešení úlohy dopustil.

Řešené příklady mohou také být vhodnou pomůckou pro učitele deskriptivní geometrie. Příklady jsou rozvrženy tak, že zadání příkladů je uvedeno na samostatném listu, aby bylo možné zadání příkladů kopírovat a zadat žákům k vyřešení. Zadání příkladů lze použít k zadání domácí práce, případně písemné práce nebo ke společnému řešení úlohy.

Text je rozdělen do několika podkapitol podle typu řešených příkladů. Nejprve jsou sestrojovány všechny rotační kvadriky zadané různými prvky a příklady jsou řešeny nejen v Mongeově projekci, ale i v dalších pravoúhlých promítáních. V této podkapitole se k řešení příkladů využívá především znalosti vlastností daných rotačních kvadrik. Další podkapitola je věnována režim rotačním kvadrik opět v různých pravoúhlých projekcích. Samostatná podkapitola je věnována konstrukcím průsečíků přímek s rotační kvadrikou. Příklady jsou řešeny s důrazem na znalosti polárních vlastností rotačních kvadrik, nikoli pouze bodově jako průsečík přímky a křivky řezu. Čtvrtá podkapitola rozebírá řešení průniků rotačních kvadrik v různých zobrazovacích metodách. Poslední podkapitola je věnována rovnoběžnému i středovému osvětlení rotačních kvadrik v různých zobrazovacích metodách.

Ve všech příkladech sestrojovaných v jiné projekci než Mongeově, resp. v Mongeově projekci s osou rotace, která není kolmá k některé z průmětů, si čtenář rovněž procvičí konstrukci průmětů kvadrik jako konstrukci meze stínu vrženého v osvětlení daném promítáním.

Na závěr děkujeme oběma recenzentkám Mgr. Marii Chodorové, Ph.D., a Mgr. Haně Chudé, Ph.D. za cenné rady a připomínky.

Olomouc, leden 2014

Autorky

1 Řešené příklady

1.1 Konstrukce rotačních kvadrik ze zadaných podmínek

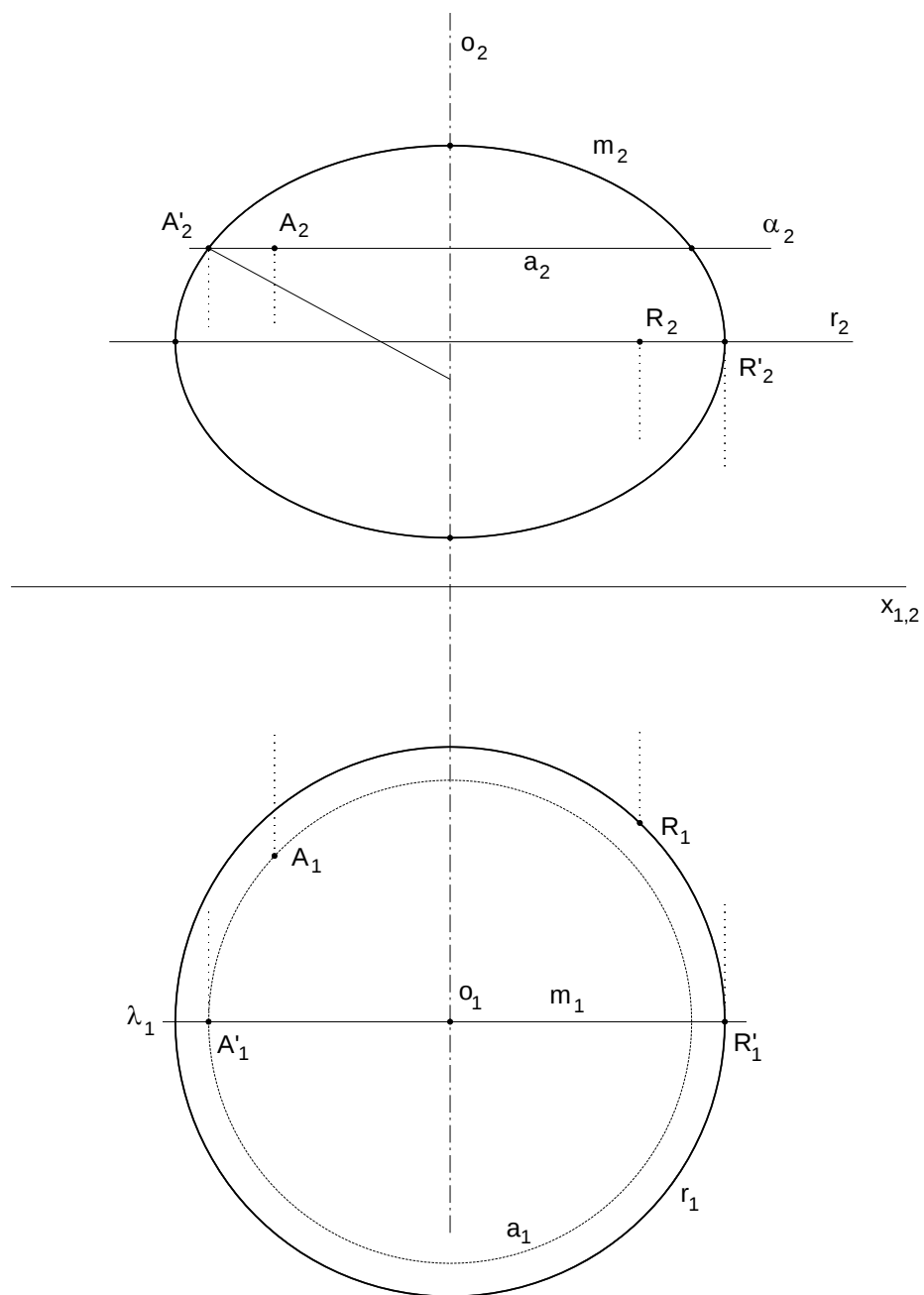
Příklad 1 – Konstrukce rotačního elipsoidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte rotační elipsoid, který je zadán osou rotace, bodem R rovníku a obecným bodem A plochy.

Příklad 1 (postup)

1. Protože je osa rotace elipsoidu kolmá k půdorysně, leží rovnoběžky plochy v rovinách rovnoběžných s půdorysnou. Prvním skutečným obrysem plochy je proto rovník r , druhým skutečným obrysem je elipsa, která je hlavním meridiánem m ležícím v rovině λ , která je rovnoběžná s nárysou a zároveň prochází osou rotace o . Půdorysem rovníku je kružnice r_1 se středem o_1 a poloměrem $|o_1R_1|$, která je zároveň půdorysem rotačního elipsoidu.
2. Bod A elipsoidu leží na rovnoběžce a v rovině α rovnoběžné s půdorysnou. Prvním průmětem rovnoběžky a je kružnice a_1 se středem o_1 a poloměrem $|o_1A_1|$. Sestrojíme body R' rovníku r a A' náležící rovnoběžce a , které leží v rovině λ a jsou body hlavního meridiánu m . Bod R' je hlavním vrcholem elipsy m .
3. Druhým zdánlivým obrysem elipsoidu je nárys elipsy m_2 . Elipsa m_2 je určena hlavní osou r_2 s hlavním vrcholem R'_2 a bodem elipsy A'_2 . Elipsu m_2 sestrojíme z těchto prvků pomocí proužkové konstrukce.

Příklad 1 (řešení)



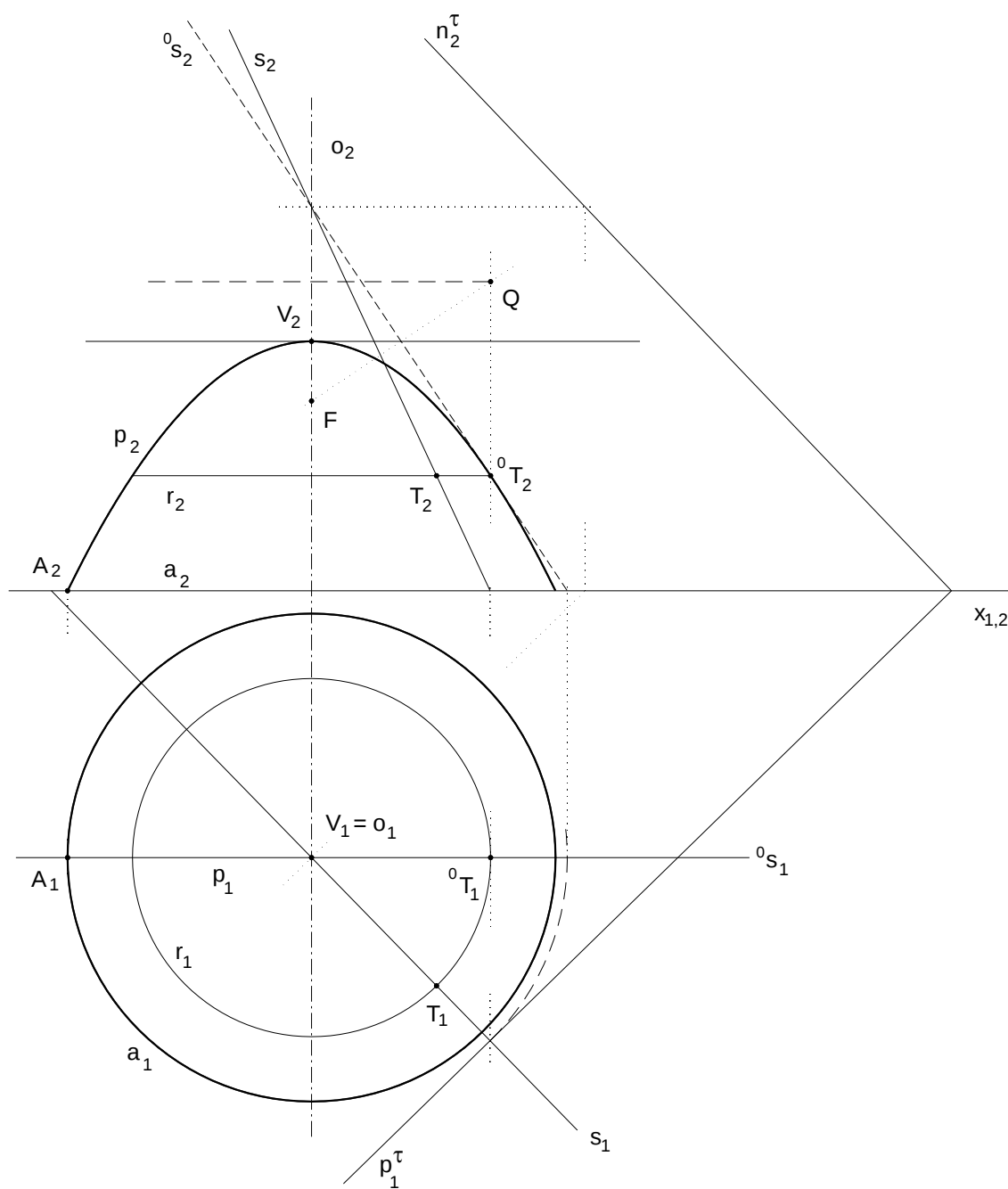
Příklad 2 – Konstrukce rotačního paraboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte rotační paraboloid, který je zadán osou rotace, tečnou rovinou τ a vrcholem V paraboloidu. Určete bod dotyku plochy s rovinou τ a paraboloid omezte půdorysnou.

Příklad 2 (postup)

1. Osa paraboloidu je kolmá k půdorysně, rovnoběžky plochy tedy leží v rovinách rovnoběžných s půdorysnou. Prvním skutečným obrysem paraboloidu je rovnoběžka a plochy, která leží v půdorysně a která plochu paraboloidu omezuje. Druhým skutečným obrysem je část paraboly p (hlavní meridián) a sečna a_2 , které leží v rovině λ , rovnoběžné s nárysnou a procházející osou rotace o .
2. Tečnou rovinu τ otočíme kolem osy paraboloidu o tak, aby po otočení byla kolmá k nárysně. Ke konstrukci využijeme spádovou přímku s roviny τ , jejíž půdorys prochází bodem V_1 a která v daném otočení přejde do přímky 0s ležící v rovině λ hlavního meridiánu. Nárys přímky 0s_2 je pak tečnou k hlavnímu meridiánu p .
3. Obrysem plochy v náryse je část paraboly, která je určena vrcholem V_2 , osou o_2 a tečnou 0s_2 , (parabolu sestrojíme s využitím ohniskových vlastností a určíme bod dotyku 0T_2 paraboly a tečny 0s_2).
4. Bod dotyku T paraboloidu a tečné roviny τ leží na rovnoběžce procházející bodem 0T a na spádové přímce s roviny τ procházející středem V .
5. Půdorysem rovnoběžky a je kružnice a_1 se středem o_1 a poloměrem $|A_2O_2|$, prvním průmětem paraboloidu je kruh ohraničený kružnicí a_1 .

Příklad 2 (řešení)



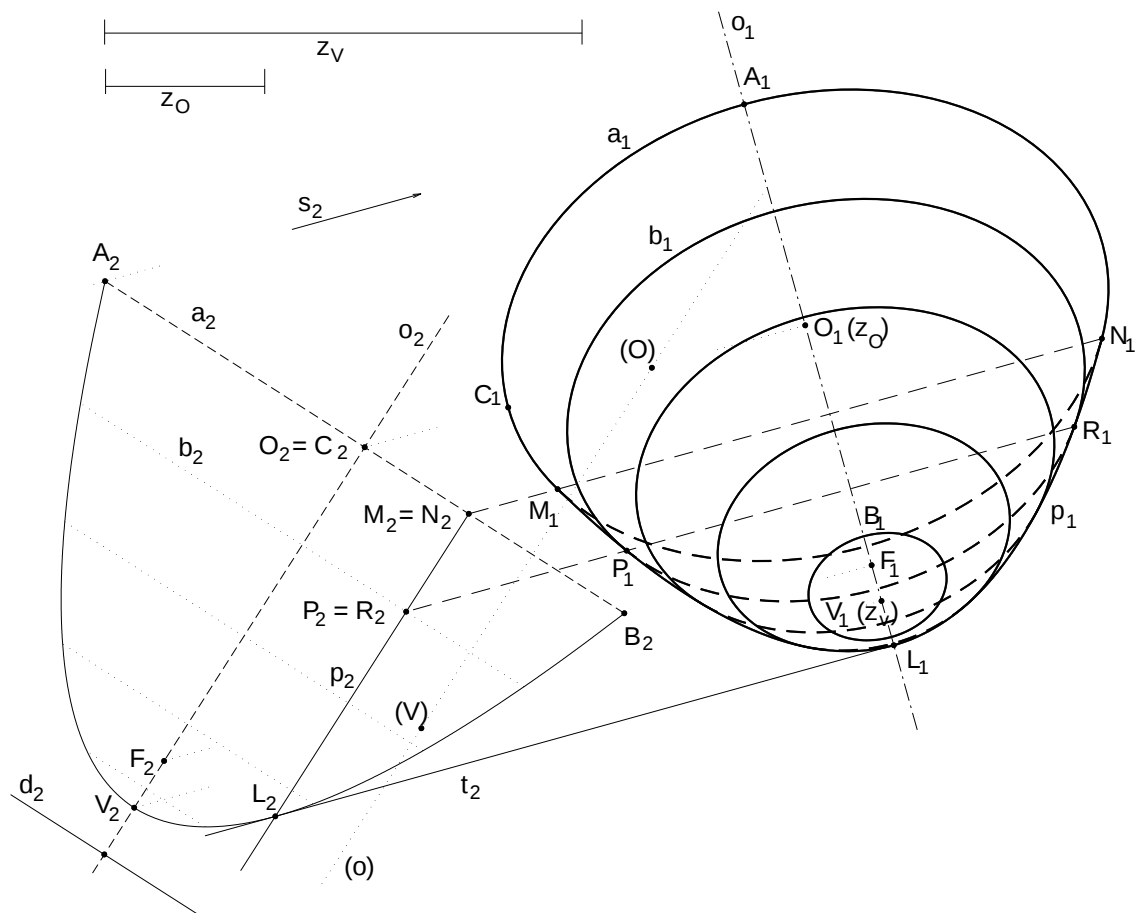
Příklad 3 – Konstrukce rotačního paraboloidu v kótovaném promítání

V kótovaném promítání sestrojte rotační paraboloid, jestliže je zadán jeho vrchol V , ohnisko F . Paraboloid ohraničte rovinou kolmou k ose o paraboloidu a procházející daným bodem O , který leží na ose paraboloidu.

Příklad 3 (postup)

1. Protože osa o paraboloidu není rovnoběžná s průmětnou π , sestrojíme první průmět paraboloidu pomocí rovnoběžného osvětlení, jehož směr s je kolmý na průmětnu π . Prvním obrysem plochy pak bude mez p vlastního stínu při osvětlení ve směru promítání. Zvolíme pomocnou průmětnu μ , která je kolmá k průmětně π a prochází osou o paraboloidu. V rovině μ leží meridián m paraboloidu. Rovinu μ sklopíme (pro lepší přehlednost řešení sklopenou rovinu μ posuneme ve směru s_2 kolmém na osu o_1), sklopené útvary označíme indexem 2 a ve sklopení sestrojíme meridián m , kterým je část paraboly ohraničená rovnoběžkou a ležící v rovině kolmé k ose o paraboloidu a procházející bodem O . Ke konstrukci části paraboly využijeme ohniskové vlastnosti této kuželosečky.
2. Druhý průmět a_2 rovnoběžky a paraboloidu se zobrazí jako úsečka. Její krajní body A_2, B_2 promítneme ve směru osvětlení s_2 , bod A_2 se zobrazí na bod A_1 , který sestrojíme jako průsečík přímky směru osvětlení procházející bodem A_2 s osou o , stejným způsobem zkonstruujeme i bod B_1 . Bod C rovnoběžky a leží na sdruženém průměru k AB . Jeho druhý průmět C_2 splývá s druhým průmětem O_2 bodu O . Jeho první průmět C_1 leží na přímce směru osvětlení procházející bodem C_2 a vzdálenost $|C_1O_1|$ je rovna poloměru r rovnoběžky a , tzn. $r = |A_2C_2|$. Prvním průmětem rovnoběžky a je elipsa a_1 , jejíž vedlejší osa je určena body A_1, B_1 , hlavní poloosa je určena body C_1, O_1 . Podobným způsobem sestrojíme průměty dalších rovnoběžek paraboloidu.
3. Mez p vlastního stínu (při osvětlení ve směru promítání) je část paraboly. Její druhý průmět p_2 je úsečka L_2M_2 , kde bod L_2 je dotykový bod paraboly a tečny t_2 rovnoběžné se směrem osvětlení s_2 . Sestrojíme body meze vlastního stínu P, R jako průsečíky paraboly p s rovnoběžkou b paraboloidu; v sestrojených bodech P_1, R_1 se mění viditelnost rovnoběžky b_1 . Pro přesnější vykreslení paraboly p_1 můžeme sestrojit stejným způsobem průsečíky s dalšími libovolnými rovnoběžkami paraboloidu.

Příklad 3 (řešení)



Příklad 4 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání

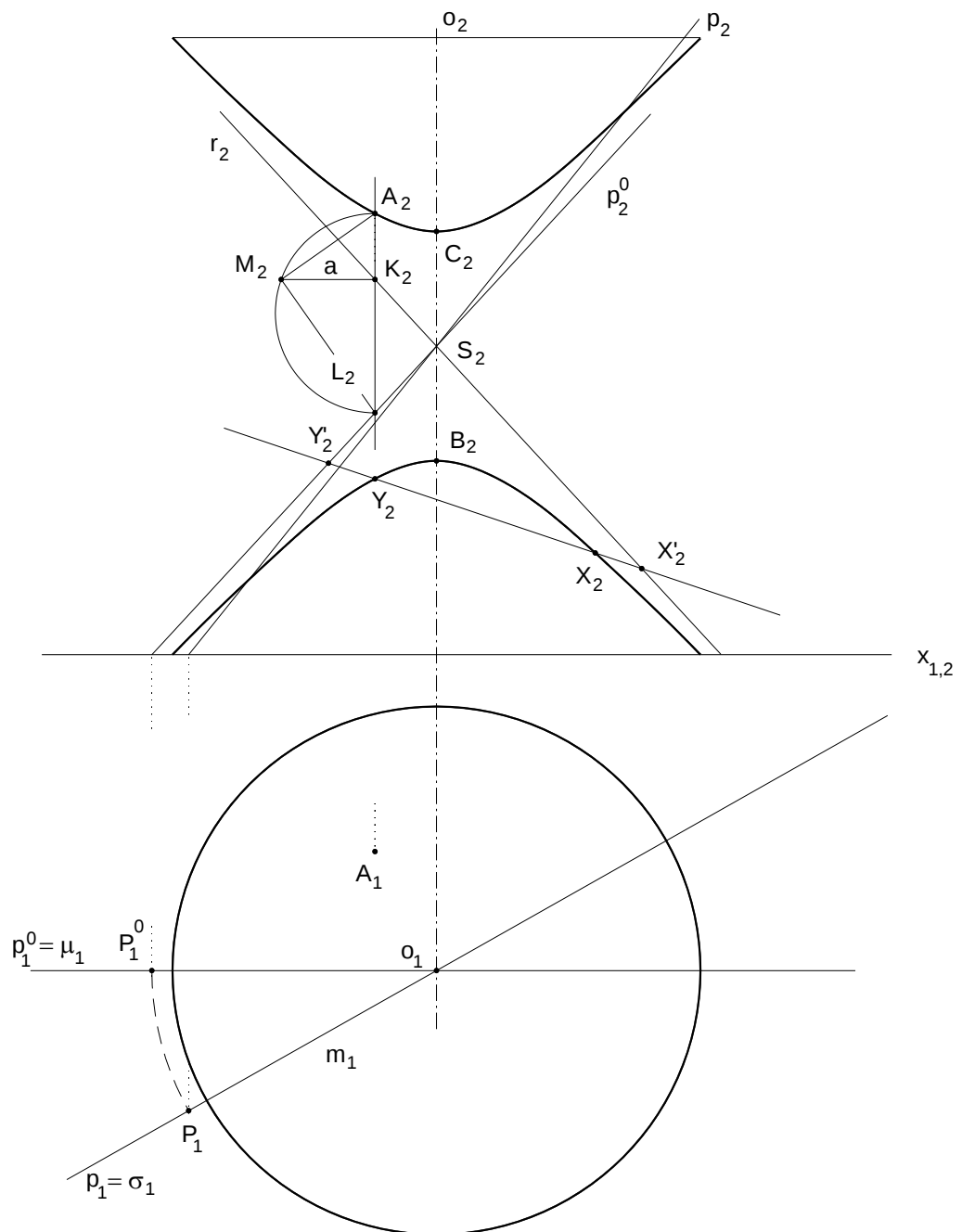
V Mongeově promítání sestrojte dvojdílný rotační hyperboloid, jestliže je dána osa rotace o , přímka asymptotické kuželové plochy p a bod A hyperboloidu. Plochu omezte půdorysnou a rovinou s ní souměrnou podle středu plochy.

Příklad 4 (postup)

1. Protože je osa o plochy kolmá k průmětně π , půdorysem plochy je kruh, jehož hraniční kružnice je prvním průmětem rovnoběžky plochy ležící v půdorysně (případně v rovině rovnoběžné s půdorysnou a souměrné podle středu S plochy). Nárysem plochy bude část hyperboly (omezená půdorysnou a rovinou s ní souměrnou podle S) ležící v rovině hlavního meridiánu. Přímka p leží v rovině σ meridiánu m , rovina σ je určena osou o a přímkou p . Rotací kolem osy o přejde rovina σ do roviny μ hlavního meridiánu. Přímku p ležící v rovině σ otočíme kolem osy rotace o do roviny μ , tedy otočená přímka p^0 je rovnoběžná s nárysnou.
2. Plocha se v náryse zobrazí jako část hyperboly. Otočená přímka p_2^0 v náryse je asymptotou této hyperboly, druhou asymptotu r_2 sestrojíme podle p_2^0 pomocí osově souměrnosti s osou o .
3. Průsečík S_2 asymptot r_2 a p_2^0 je středem hyperboly. Přímka rovnoběžná s hlavní osou o_2 a procházející bodem A_2 protíná asymptoty r_2 a p_2^0 po řadě v bodech K_2, L_2 . Dá se ukázat, že pro bod A_2 hyperboly a takto sestrojené body K_2, L_2 platí: $|KM| \cdot |LM| = a^2$, kde a je délka hlavní poloosy hyperboly¹. Délku a můžeme pak konstruktivně zjistit pomocí Eukleidovy věty o odvěsně. (Sestrojíme Thaletovu kružnici nad průměrem A_2L_2 , v ní sestrojíme pravoúhlý trojúhelník $A_2L_2M_2$, kde bod M_2 leží na kolmici k přímce A_2L_2 vedené z bodu K_2 a zároveň náleží Thaletově kružnici; potom vzdálenost $|AM|$ je rovna velikosti hlavní poloosy a hledané hyperboly).
4. Sestrojíme hlavní vrcholy B_2, C_2 hyperboly, můžeme sestrojit i další body hyperboly pro její přesnější vyrýsování.
5. Půdorysem plochy je kruh se středem v bodě o_1 a poloměrem odpovídajícím vzdálenosti krajních bodů rovnoběžky plochy ležící v půdorysně od osy o .

¹ Odvození a podrobný popis konstrukce lze nalézt v [14, s.104-105]

Příklad 4 (řešení)



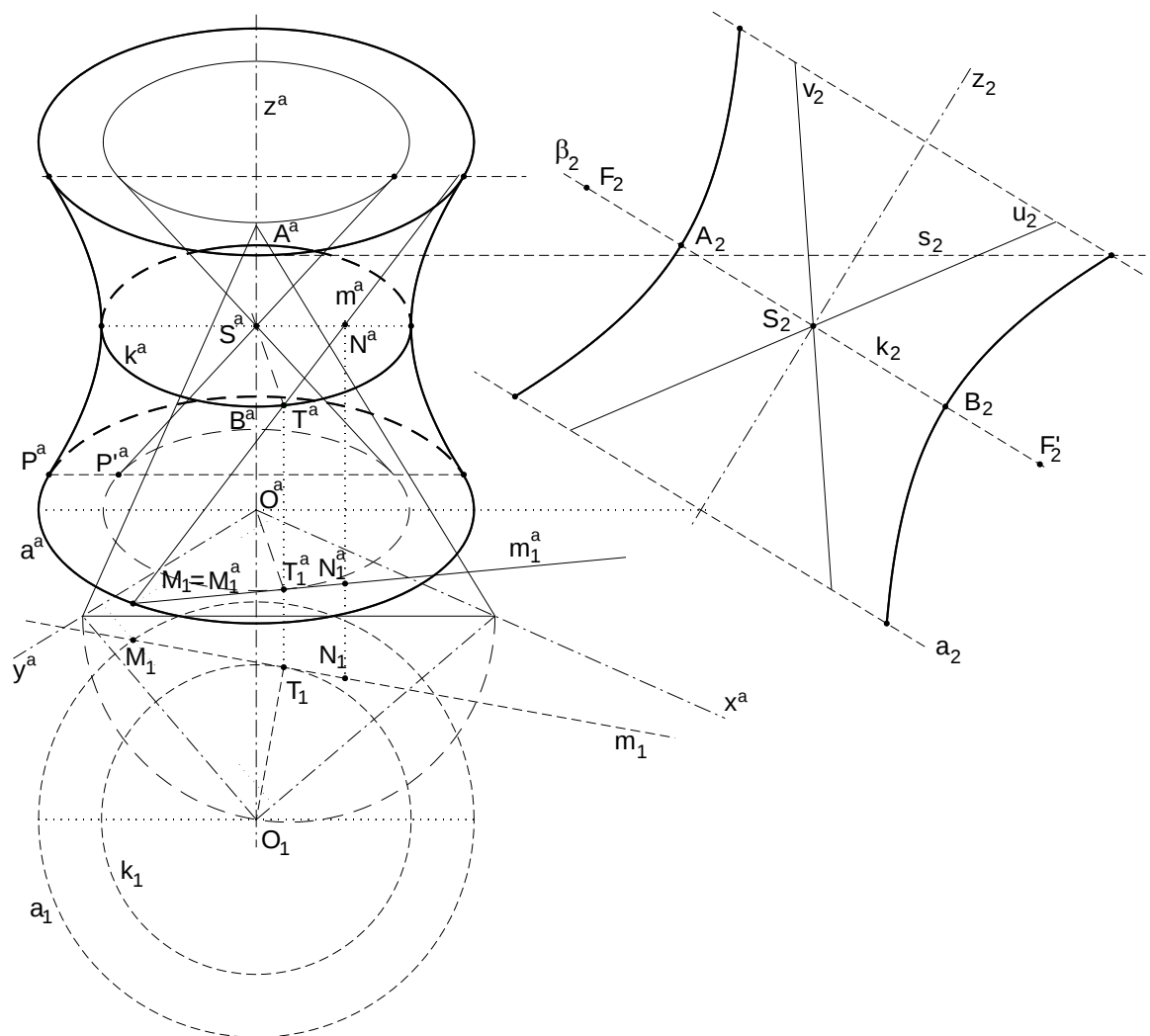
Příklad 5 – Konstrukce jednodílného rotačního hyperboloidu v pravoúhlé axonometrii

V pravoúhlé axonometrii zadané axonometrickým trojúhelníkem sestrojíte obrys rotačního jednodílného hyperboloidu vytvořeného rotací přímky $m = MN$ kolem osy z . Plochu omezte rovinou danou osami x, y a rovinou s ní rovnoběžnou a souměrnou podle středu hyperboloidu.

Příklad 5 (postup)

1. Bod T přímky MN , který leží nejbližší k ose rotace, vytvoří rotací hrdelní kružnici k jednodílného hyperboloidu, jejíž střed S je zároveň středem plochy. Kružnice k leží v rovině rovnoběžné s průmětnou $\pi = (x, y)$. Situaci v prostoru promítneme do průmětny π a otočíme ji. V otočení se přímka m zobrazí na přímku $m_1 = M_1N_1$, osa z hyperboloidu se v otočení zobrazí do bodu O_1 . Na přímce m hledáme bod, který leží nejbližší k ose rotace, tedy v otočení řešíme planimetrickou úlohu – k dané přímce m_1 sestrojíme kružnici k_1 se středem O_1 tak, aby přímka m_1 byla tečnou hledané kružnice k_1 . Bod dotyku kružnice k_1 a přímky m_1 označíme T_1 a určíme jeho axonometrický průmět T^a na přímce m^a . Protože rovnoběžka k leží v rovině rovnoběžné s první průmětnou, můžeme sestrojit střed S^a elipsy k^a tak, že v první průmětně určíme spojnicí T_1^a prvního axonometrického průmětu bodu T s bodem O^a . S touto spojnici vedeme rovnoběžku bodem T^a , její průsečík s osou z je hledaný střed S^a rovnoběžky k^a a zároveň i střed hyperboloidu.
2. Bod M leží v první průmětně, jeho rotací kolem osy z vznikne rovnoběžka a ležící v první průmětně, kterou je plocha omezena. Konstrukci rovnoběžky a provedeme nejprve v otočení, tedy sestrojíme kružnici a_1 se středem v bodě O_1 a poloměrem $|O_1M_1|$. Axonometrickým průmětem rovnoběžky a je elipsa a^a se středem O^a , její hlavní osa leží na kolmici k ose z vedené bodem O^a a poloměr hlavní osy je $|O_1M_1|$. Vedlejší osu elipsy a^a sestrojíme s využitím rovnoběžek s osami x^a, y^a vedenými krajními body hlavní osy elipsy a^a (průsečík těchto rovnoběžek je bodem elipsy a^a) a proužkové konstrukce elipsy (konstrukce kružnice v pravoúhlé axonometrii viz např. [12, s. 320]). Stejným způsobem sestrojíme i axonometrický průmět k^a kružnice k .
3. Osou z proložíme promítací rovinu λ a sklopíme ji do průmětny. Pro větší přehlednost řešení posuneme sklopenou rovinu λ ve směru s kolmém na osu z . Ve sklopené rovině sestrojíme rovnoběžky k, a a meridián (hyperbolu), ve kterém rovina λ protíná rotační hyperboloid. Tuto hyperbolu sestrojíme s využitím jejích ohniskových vlastností.
4. Směr s kolmý na osu z je sklopeným směrem osvětlení. Zvolíme libovolnou rovinu β , která je kolmá k ose z (zde např. procházející středem S). Tato rovina protne plochu v rovnoběžce k , která se ve sklopení zobrazí jako úsečka. Krajní body a střed této úsečky promítneme ve směru osvětlení s na osu z a získáme tak vedlejší osu a střed axonometrického průmětu rovnoběžky, kterým je elipsa. Vzdálenost středu úsečky a jejího krajního bodu udává velikost hlavní osy axonometrického průmětu rovnoběžky k (lze využít i průměr otočené rovnoběžky v prvním průmětu).
5. Podobně sestrojíme i axonometrický průmět asymptotické kuželové plochy. Bod P^a na obryse kuželové plochy sestrojíme s využitím polárních vlastností. Bod P^a tedy bude ležet na tečně vedené z bodu S^a k elipse a^a . Bod P^a na obryse hyperboloidu leží na kolmici k ose z procházející bodem P^a . Tímto způsobem sestrojíme dostatečný počet obrysových bodů rotačního hyperboloidu a sestrojíme obrysovou křivku. Body ležící na obrysové křivce jsou zároveň body, ve kterých se mění viditelnost axonometrického průmětu.

Příklad 5 (řešení)



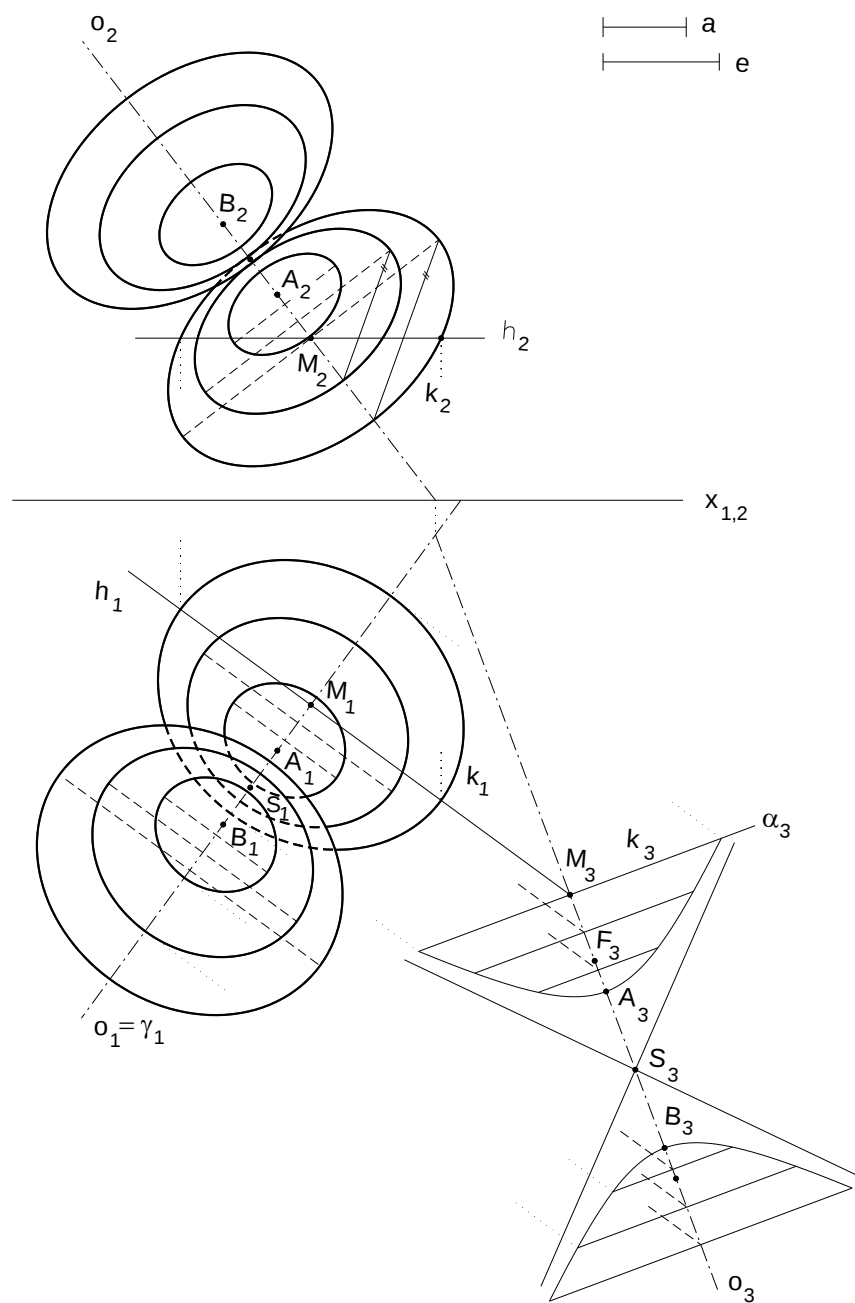
Příklad 6 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání zobrazte rotační dvojdílný hyperboloid s osou o v obecné poloze vzhledem k průmětnám, který je daný osou o , velikostí hlavní poloosy a a excentricitou e . Plochu omezte rovinou kolmou k ose o a procházející bodem M . Zobrazte řez plochy rovinou ρ .

Příklad 6 (postup)

1. Zvolíme třetí průmětnu γ , která prochází osou o kolmo k průmětně π , průmětnu γ sklopíme do π .
2. Průmětna γ protíná hyperboloid v tvořící hyperbole. Ze zadaných prvků sestrojíme ve sklopení hyperbolu (využijeme ohniskových vlastností hyperboly).
3. První průmět hyperboloidu sestrojíme pomocí rovnoběžného osvětlení, jehož směr s je kolmý na π ; první obrys hyperboloidu je mezi vlastního stínu při osvětlení ve směru s kolmém k π . Třetím průmětem kružnice k (M , r) hyperboloidu je úsečka, kterou promítneme ve směru osvětlení s do π a dostaneme půdorys hraniční kružnice plochy (podobně jako v příkladu č.3). Podobným způsobem sestrojíme další rovnoběžky hyperboloidu. Mez p vlastního stínu (při osvětlení ve směru promítání) leží mimo ohraničenou oblast, proto není třeba ho v tomto případě sestrojovat, můžeme ale sestrojit viditelnost plochy.
4. Nárys plochy můžeme sestrojit dvěma způsoby, můžeme použít podobnou konstrukci jako pro sestrojení půdorysu, tzn. sestrojením čtvrté průmětny, kterou sklopíme a sestrojíme mez vlastního stínu při osvětlení ve směru kolmém k ν . Nebo můžeme druhý obrys plochy sestrojit jako obálku nárysů rovnoběžek plochy (při řešení jsem použila tohoto druhého způsobu). Rovnoběžky hyperboloidu leží ve vzájemně rovnoběžných rovinách, z toho důvodu jsou jejich nárysy homotetické elipsy, takže jejich odpovídající si spojnice vrcholů hlavních a vedlejších os jsou rovnoběžné. Sestrojíme například nárys hraniční rovnoběžky k tak, že nejprve sestrojíme nárys jejího středu M . Rovnoběžka k leží v rovině α kolmé k ose o , jejím půdorysem je elipsa k_1 , jejíž hlavní osa má velikost poloměru rovnoběžky a a leží na hlavní přímce h první osnovy roviny α . Sestrojíme nárys h_2 hlavní přímky, který bude rovnoběžný se základnicí. Nárysem rovnoběžky k bude opět elipsa, jejíž hlavní osa je kolmá k ose o a její velikostí je poloměr kružnice k a je dále určena krajními body průměru rovnoběžky, kterým prochází přímka h . Elipsu můžeme sestrojit pomocí proužkové konstrukce.
5. Další rovnoběžky již lze sestrojovat jednodušeji. Najdeme střed sestrojované rovnoběžky, hlavní osa je kolmá na osu o a její velikost je rovna poloměru rovnoběžky. Vedlejší vrcholy sestrojíme pomocí rovnoběžek spojujících hlavní a vedlejší vrcholy elips.

Příklad 6 (řešení)



1.2 Řezy rotačních kvadrik

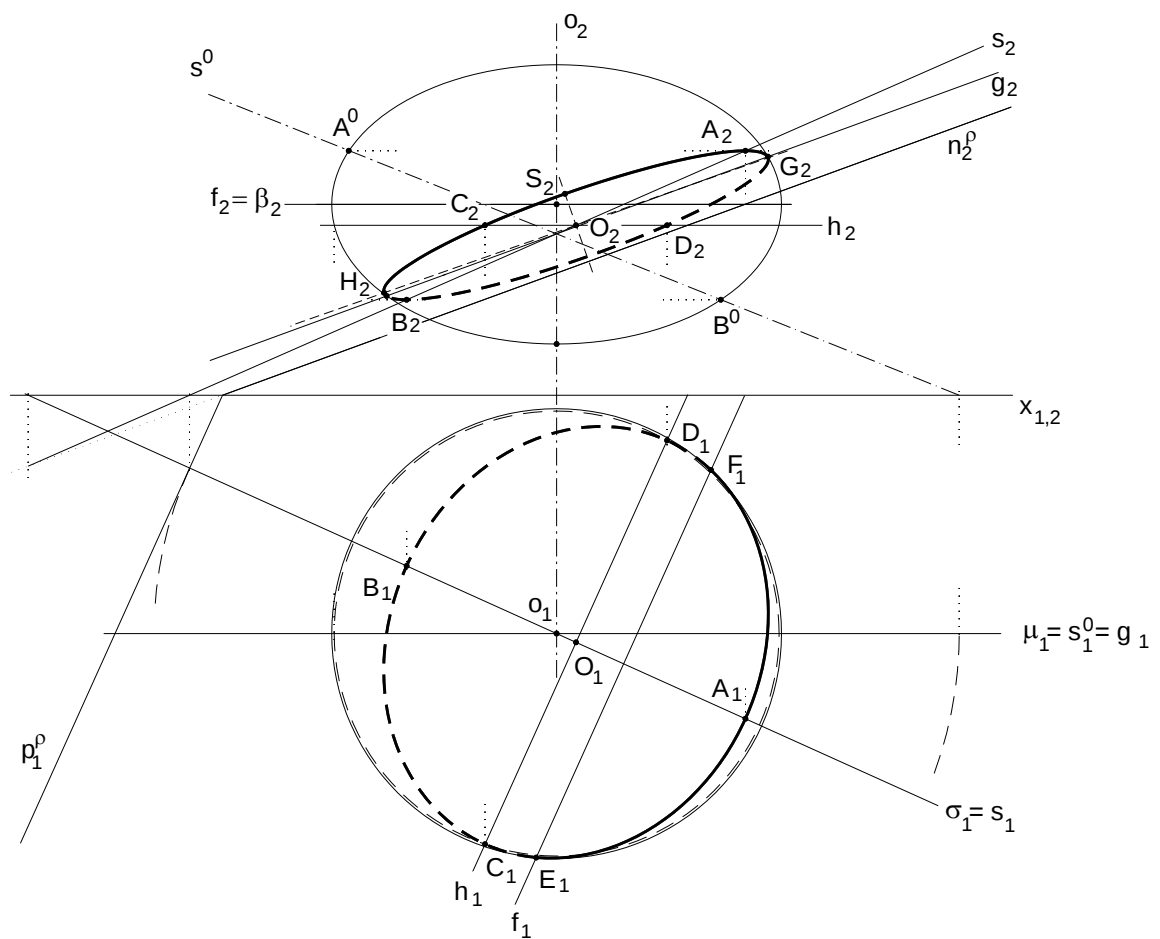
Příklad 7 – Řez rotačního elipsoidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte řez rotačního elipsoidu, jehož osa je kolmá k půdorysně a je zadán meridiánem, rovinou ρ .

Příklad 7 (postup)

1. Řezem rotačního elipsoidu je elipsa, která je souměrná podle roviny σ procházející osou o kolmo k rovině ρ . Sestrojíme osu s této elipsy řezu, $s = \sigma \cap \rho$. V rovině σ leží meridián n rotační kvadriky, rovinu σ otočíme kolem osy o roviny μ rovnoběžné s nárysnou, v otočení určíme průsečíky A, B přímky s a meridiánu n . Průsečíky otočené přímky s^0 s meridiánem jsou body A^0, B^0 , jejichž zpětným otočením získáme body A, B .
2. Sestrojíme bod O jako střed úsečky AB . Bod O je zároveň středem řezu. Druhá osa h elipsy řezu prochází bodem O , je kolmá k přímce s a leží v rovině řezu ρ . Osa kvadriky o je kolmá k π , půdorys řezu je tedy souměrný podle roviny σ_1 , přímka A_1B_1 je osou elipsy řezu. Rovina σ je rovinou souměrnosti, proto půdorysy tečen řezu v bodech A, B jsou kolmé k σ_1 a nárysy jsou rovnoběžné se základnicí. Druhá osa elipsy řezu prochází bodem O a leží na přímce h kolmé k s (tedy na hlavní přímce I. osnovy roviny ρ).
3. Vrcholy C, D řezu sestrojíme jako průsečíky hlavní přímky h a elipsoidu (resp. jeho rovnoběžky, která leží v rovině procházející bodem O).
4. Nárysem řezu elipsoidu rovinou ρ je elipsa určená sdruženými průměry A_2B_2, C_2D_2 , půdorysem řezu je elipsa s osami A_1B_1, C_1D_1 . Ke konstrukci elipsy řezu v náryse můžeme využít Rytzovu konstrukci.
5. Určíme body na obrysech, ve kterých se mění viditelnost řezu. Druhý obrys leží v rovině μ , rovina μ protíná rovinu řezu v hlavní přímce g druhé osnovy. Přímka g protne hlavní meridián v bodech G, H . V bodech G_2, H_2 se mění viditelnost řezu v náryse (nárys elipsy řezu se v těchto bodech dotýká nárysného obrysu elipsoidu).
6. V půdoryse je obrysem plochy rovník. Rovníkem proložíme rovinu β , rovina β protíná rovinu ρ v hlavní přímce f . Společné body E, F přímky f a rovníku patří řezu. V bodech E_1, F_1 se mění viditelnost řezu v půdoryse (půdorys elipsy řezu se v těchto bodech dotýká zdánlivého půdorysného obrysu elipsoidu).

Příklad 7 (řešení)



Příklad 8 – Řez rotačního paraboloidu v kótovaném promítání

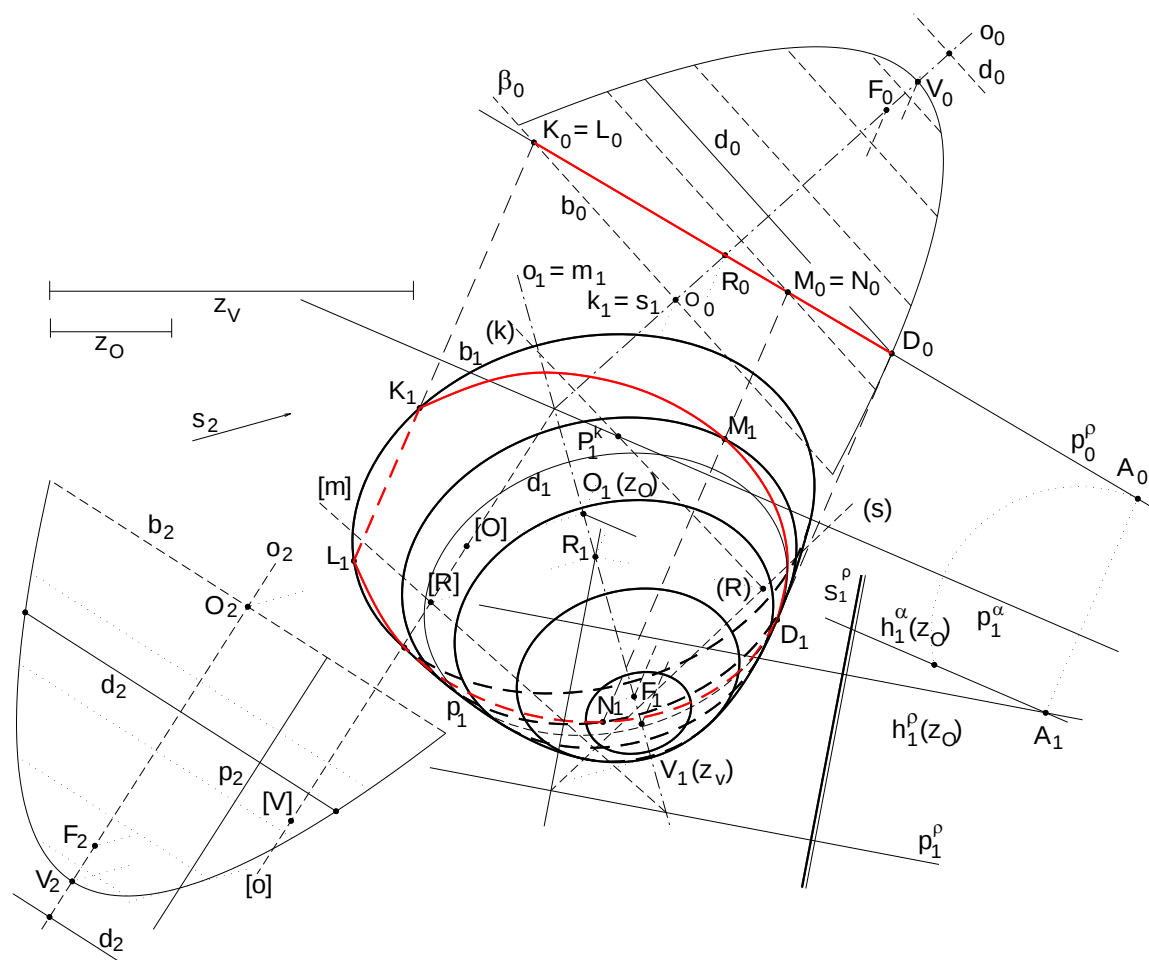
V kótovaném promítání sestrojte rotační paraboloid, jestliže je zadán jeho vrchol V , ohnisko F . Paraboloid ohraničte rovinou kolmou k ose o paraboloidu a procházející daným bodem O , který leží na ose paraboloidu. Sestrojte řez paraboloidu rovinou ρ , která je zadaná stopou a hlavní přímkou.

Příklad 8 (postup)

1. Sestrojení paraboloidu – viz příklad č. 3.
2. Protože osa o paraboloidu je různoběžná s průmětnou π , zjednodušíme si konstrukci řezu paraboloidu danou rovinou ρ tím, že osou o proložíme pomocnou průmětnu α , která je kolmá k rovině řezu ρ . Takto zvolenou rovinu α následně otočíme do průmětny π . Protože rovina řezu ρ je k rovině α kolmá, v otočení se rovina řezu ρ zobrazí jako přímka, což nám usnadní konstrukci řezu.
3. Sestrojíme průsečík R osy o s rovinou řezu ρ . Konstrukci provedeme např. pomocí krycí přímky m , která náleží rovině ρ a jejíž první průmět splývá s osou o . Sklopením přímek o , m získáme jejich sklopený průsečík $[R]$, z něhož odvodíme první průmět R_1 .
4. Průsečíkem R osy o s rovinou řezu ρ proložíme přímku k , která je kolmá k rovině ρ . Průmět k_1 přímky k je kolmý na stopu roviny ρ a zároveň splývá s průmětem s_1 spádové přímky s roviny ρ . Sestrojíme tedy spádovou přímku s roviny ρ vedenou bodem R_1 a kolmou ke stopě roviny ρ . Přímku s sklopíme a sklopeným bodem (R) přímky (s) vedeme sklopenou přímku (k) kolmou na (s) . Na přímce k_1 určíme stopník P_1^k a přímka k je tak určena svým stopníkem a bodem R .
Pomocná rovina α kolmá k rovině řezu ρ je určena osou o a přímkou k . Pomocí stopníků přímek o a k sestrojíme stopu roviny ρ .
5. Rovinu α otočíme do průmětny (osou otáčení je stopa roviny α). V otočení sestrojíme meridián paraboloidu, ve kterém rovina α plochu protíná. K sestrojení meridiánu využijeme např. otočený vrchol V_0 , ohnisko F_0 , osu o_0 a bod O_0 a z těchto prvků sestrojíme parabolu meridiánu pomocí ohniskových vlastností paraboly.
Rovina řezu ρ se v otočení zobrazí jako přímka p_0^ρ , protože je kolmá k rovině α . Přímku p_0^ρ sestrojíme jako spojnici průsečíku stop p_1^ρ a p_1^α rovin ρ a α s bodem R_0 .²
6. Plochu paraboloidu prokládáme roviny kolmé k ose o plochy. Každá taková rovina protíná plochu paraboloidu v rovnoběžce a rovinu řezu ρ v přímce. Body řezu sestrojíme jako průsečíky rovnoběžky paraboloidu a průsečnice roviny, ve které daná rovnoběžka leží s rovinou řezu ρ .
Sestrojíme body K, L řezu ležící v rovině β kolmé k ose o paraboloidu a procházející bodem O . V otočení do průmětny sestrojíme body K_0, L_0 jako průsečíky přímky p_0^ρ s rovnoběžkou b_0 ležící v rovině B . První průměty bodů K, L sestrojíme jako průsečíky přímky kolmé ke stopě otáčení p_1^α a procházející bodem $K_0 = L_0$ s rovnoběžkou b_1 paraboloidu. Protože je paraboloid omezený rovinou β , jsou body K, L krajními body řezu.
7. Další body řezu sestrojíme analogickým způsobem jako body K, L , zde jsou sestrojeny např. body M, N . Řezem paraboloidu rovinou ρ je část elipsy ohraničená úsečkou KL . Body řezu, ve kterých se mění viditelnost, sestrojíme jako body dotyku křivky řezu a obrysové křivky p_1 paraboloidu.

² Protože v tomto případě není průsečík stop rovin ρ a α dostupný na nákresně, je ke konstrukci je využito průsečíku A hlavních přímek rovin ρ a α o stejné kótě a následného otočení bodu A do průmětny.

Příklad 8 (řešení)



1.3 Průsečíky přímky s rotační kvadrikou

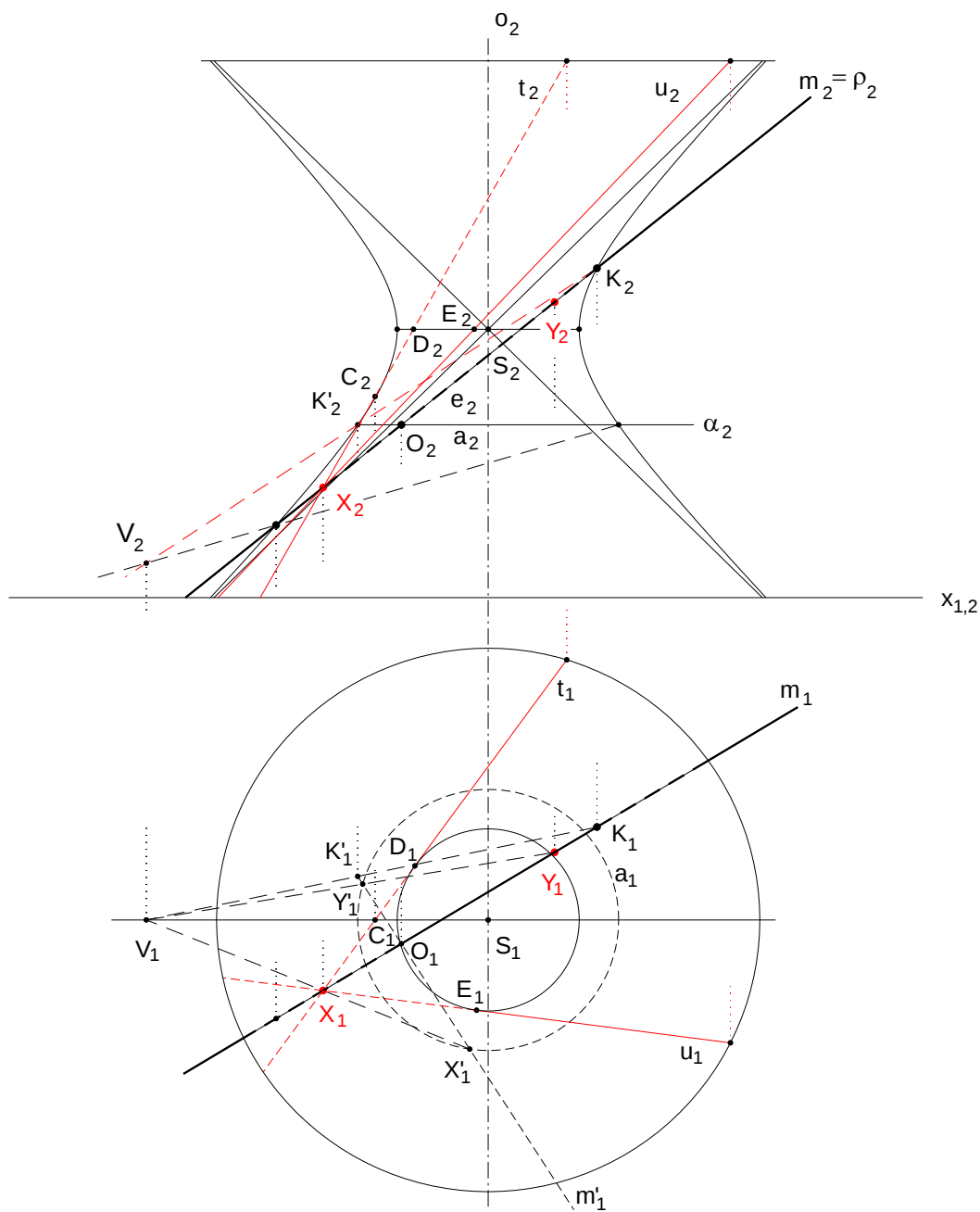
Příklad 9 – Průsečíky přímky s jednodílným rotačním hyperboloidem, tečná rovina hyperboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte průsečíky přímky m s jednodílným rotačním hyperboloidem, jehož osa je kolmá k půdorysně a je zadán meridiánem. V jednom z průsečíků přímky s hyperboloidem sestrojte tečnou rovinu.

Příklad 9 (postup)

1. Nárys přímky m protne druhý zdánlivý obrys plochy. K řešení využijeme prostorové kolineace. Přímkou m proložíme rovinu ρ kolmou k nárysně. Tato rovina protíná hyperboloid v elipse e . Na hyperboloidu zvolíme rovinu α rovnoběžnou s půdorysnou, která protíná hyperboloid v rovnoběžce a . Kružnice a a elipsa e jsou kuželosečky, které leží na dvou kuželových plochách s vrcholy V a W . Vzhledem k tomu, že roviny ρ a α jsou kolmé k nárysně, leží body V , W v rovině hlavního meridiánu. Vybereme si jednu z kuželových ploch, např. s vrcholem V .
2. V prostorové kolineaci se středem V odpovídá elipse e kružnice a . V této kolineaci sestrojíme obraz m' přímky m . Na přímce m zvolíme bod K (např. bod, jehož nárys K_2 je průsečíkem nárysu přímky m a nárysu hlavního meridiánu) a určíme jeho obraz K' , který leží v rovině α a na přímce VK . Bod O přímky m leží na průsečnici rovin ρ a α , což je osa dané kolineace, takže je v této kolineaci samodružným bodem.
3. Sestrojíme průsečíky X' , Y' přímky m' a kružnice a a v prostorové kolineaci určíme jejich obrazy X a Y na přímce m . Body X a Y jsou průsečíky přímky m s hyperboloidem. Podle polohy přímky m vzhledem k průmětnám a ploše hyperboloidu určíme viditelnost přímky m .
4. Každá tečná rovina jednodílného rotačního hyperboloidu je určena dvojicí přímek různých regulů, které se protínají v dotykovém bodě. Tedy tečná rovina plochy v bodě X je určena tvořícími přímkami t , u různých regulů hyperboloidu, které bodem X procházejí. Půdorysy přímek t , u sestrojíme jako tečny z půdorysu X_1 bodu X k půdorysu h_1 hrdelní rovnoběžky h . Nárysy přímek sestrojíme např. jako spojnice bodu X_2 a bodů, ve kterých přímky t , u protínají rovnoběžku, kterou je hyperboloid ohraničen. Můžeme také určit viditelnost přímek t , u , v náryse se viditelnost na přímce t_2 mění v bodě C_2 , který leží v rovině hlavního meridiánu, přímka u_2 je v náryse vidět celá, protože hlavní meridián plochy neprotíná. V půdoryse se viditelnost přímky t_1 mění v bodě D_1 , ve kterém se přímka t_1 dotýká hrdelní rovnoběžky hyperboloidu, analogicky sestrojíme bod dotyku E pro přímku u .

Příklad 9 (řešení)



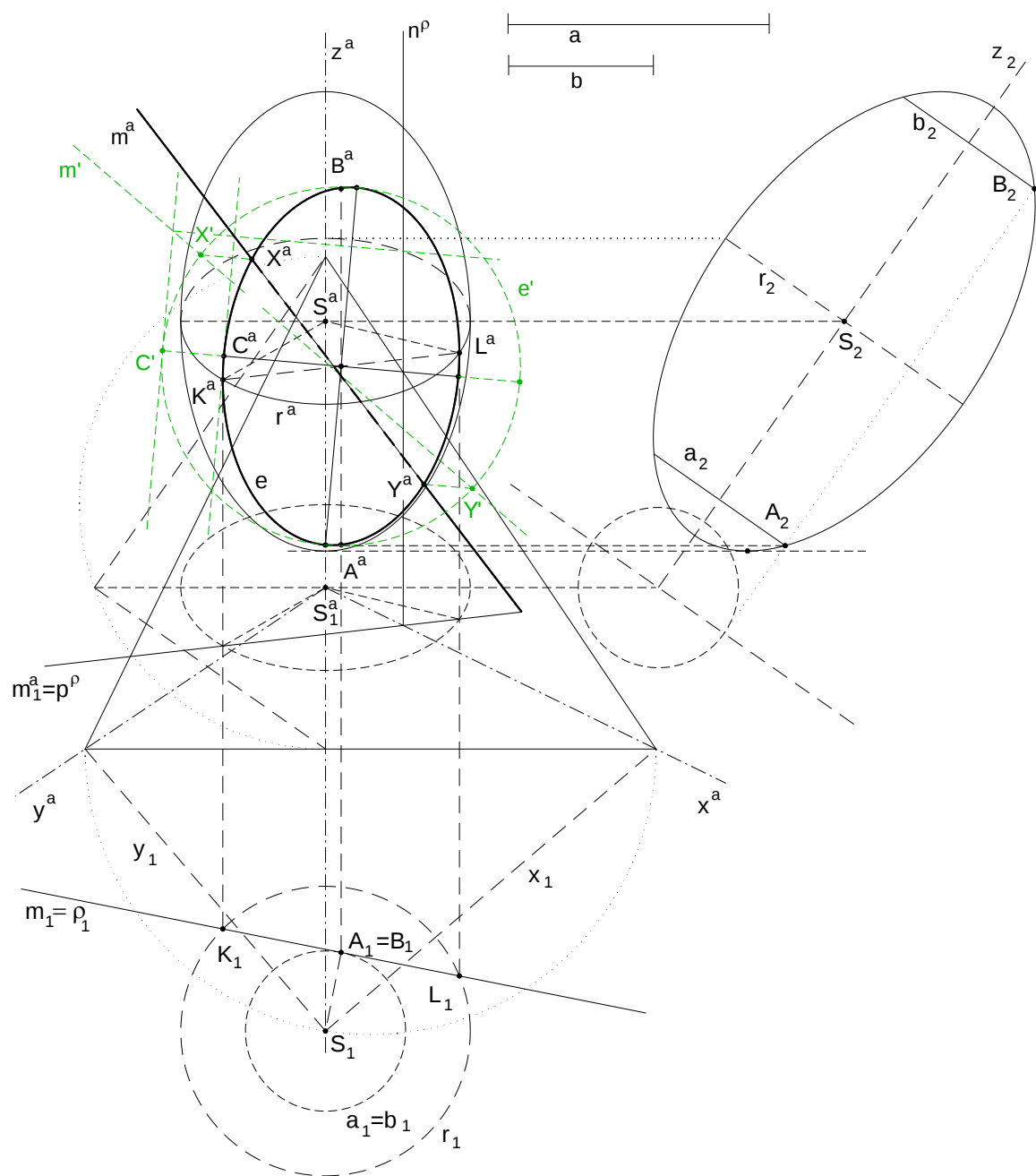
Příklad 10 – Průsečíky přímky s rotačním elipsoidem v axonometrii

V pravouhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte průsečíky přímky m s protáhlým rotačním elipsoidem, který je zadán středem S a velikostí hlavní osy a a vedlejší poloosy b .

Příklad 10 (postup)

1. Konstrukci rotačního protáhlého elipsoidu v axonometrii provedeme podobně jako v příkladu č. 5.
2. Přímkou m proložíme rovinu ρ , která je kolmá k průmětně $\pi = (x, y)$. Rovina ρ protíná plochu elipsoidu v elipse e . K sestrojení elipsy využijeme průmětu elipsoidu do první průmětny π a otočení průmětny π kolem její axonometrické stopy do axonometrické průmětny, otočené útvary označíme indexem 1.
3. Průsečíky K, L roviny ρ a rovníku elipsoidu jsou body, ve kterých má elipsa řezu e tečny rovnoběžné s osou z . První průmět roviny ρ splývá s přímkou m_1 , prvním průmětem rovníku elipsoidu je kružnice r_1 . První průměty K_1, L_1 bodů K, L sestrojíme jako průsečíky přímky m_1 a kružnice r_1 . Určíme axonometrické průměty K^a, L^a bodů K, L ležící na axonometrickém průmětu rovníku r a na přímkách směru otočení.
4. Další body řezu A, B sestrojíme jako průsečíky roviny ρ s rovnoběžkami a, b elipsoidu, pro které platí, že rovina ρ má s danou rovnoběžkou společný pouze jeden bod, tedy rovina ρ je tečná k rovnoběžkám a, b . K sestrojení bodů A, B použijeme průměty rovnoběžek a, b do otočené roviny π . Využijeme také promítací rovinu λ procházející osou z , kterou sklopíme do průmětny (pro větší přehlednost řešení posuneme sklopenou rovinu λ ve směru s kolmém na osu z), v tomto sklopení sestrojíme rovnoběžky a_2, b_2 a na nich druhé průměty bodů A, B .
Elipsa řezu e je určena sdruženými průměry AB, KL , hlavní a vedlejší osu elipsy e sestrojíme např. pomocí Rytzovy konstrukce.
5. Sestrojíme průsečíky X, Y přímky m s elipsou řezu e . K přesnému sestrojení průsečíků elipsy e a přímky m můžeme využít osovou afinitu mezi kružnicí a elipsou. Jako osu afinity zvolíme hlavní osu elipsy e , sestrojíme kružnici e' ze středu elipsy e o poloměru rovném délce hlavní osy elipsy e . Dvojice odpovídajících si bodů v afinitě je vedlejší vrchol elipsy C^a a jeho obraz C' ležící na kružnici e' a na přímce vedlejší osy elipsy e . V dané afinitě sestrojíme obraz m' přímky m a určíme jeho průsečíky X', Y' s kružnicí e' . Na přímce m určíme body X, Y , které v dané afinitě odpovídají obrazům X', Y' .
6. Určíme viditelnost přímky m vzhledem k poloze elipsoidu. Elipsa e řezu leží celá ve viditelné části elipsoidu. Body, ve kterých se mění viditelnost axonometrického průmětu přímky m , jsou průsečíky X, Y elipsy e a přímky m . Neviditelná část přímky (procházející elipsoidem) je určena úsečkou X^aY^a , ostatní části přímky m jsou viditelné.

Příklad 10 (řešení)



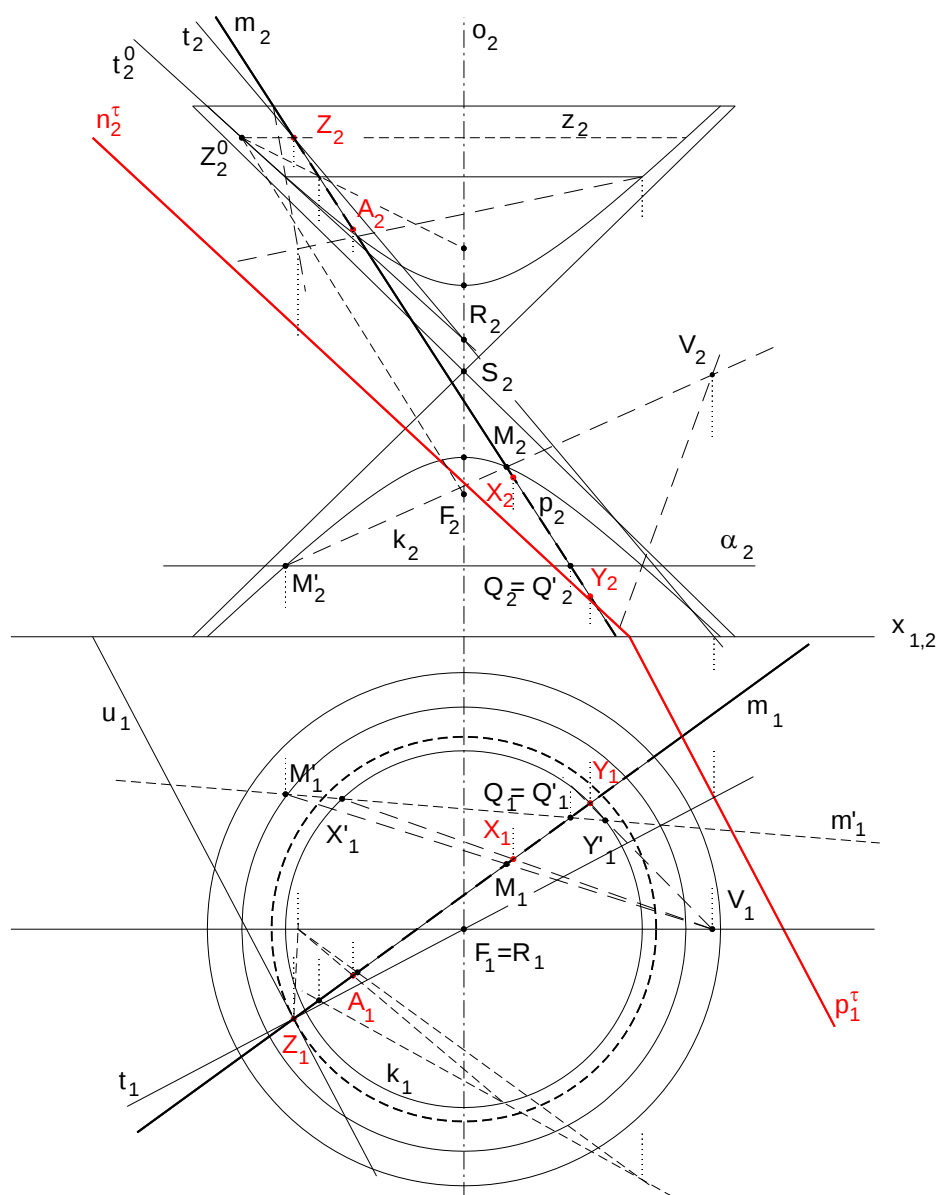
Příklad 11 – Průsečík přímky s dvojdílným hyperboloidem, tečná rovina

V Mongeově promítání sestrojte průsečíky přímky m s rotačním dvojdílným hyperboloidem, jehož osa o je kolmá k půdorysně a je zadán hlavním meridiánem. V jednom průsečíku sestrojte tečnou rovinu plochy.

Příklad 11 (postup)

1. Přímku m proložíme rovinu ρ kolmou k nárysně. Tato rovina protne hyperboloid v hyperbole p .
2. Zvolíme libovolnou rovinu α kolmou k ose o , tato rovina protíná hyperboloid v kružnici k . Kružnice k a hyperbola p jsou kuželosečky, které leží na dvou kuželových plochách s vrcholy V a W . Kružnice k a hyperbola p jsou souměrné podle roviny μ (rovina hlavního meridiánu), z toho vyplývá, že vrcholy V a W kuželových ploch leží v rovině μ .
3. Vybereme si jednu z kuželových ploch (např. s vrcholem V). V prostorové kolineaci se středem V pak hyperbola p odpovídá kružnici k . V takto určené kolineaci sestrojíme obraz přímky m , který bude ležet v rovině α a označíme ho m' . Na přímce m zvolíme bod M a v kolineaci určíme obraz M' (bod M zvolíme např. tak, že jeho nárys bude ležet na průsečíku nárysu hlavního meridiánu plochy a na nárysu přímky m , takto zvolený bod ale není bodem hyperboly p). Bod M' leží na přímce MV a v rovině α . Bod Q ležící na přímce m a v rovině α je v dané kolineaci samodružný, tzn. $Q = Q'$. Obraz m' přímky m sestrojíme jako spojnicí bodů M' a Q' .
4. Určíme průsečíky X', Y' kružnice k a přímky m' . V prostorové kolineaci se středem V sestrojíme jejich obrazy X, Y , které leží na přímce m (protože prostorová kolineace zachovává incidenci přímek a bodů). Body X, Y jsou průsečíky přímky m s hyperboloidem.
5. Stejný postup (jako v bodě 3. a 4.) použijeme i při hledání průsečíků Z, A přímky m s druhou částí hyperboloidu (z důvodu přehlednosti jsem pro druhou část hyperboloidu konstrukci naznačila a vynechala jsem popisky).
6. Tečnou rovinu τ zkonstruujeme např. v průsečíku Z přímky m s hyperboloidem. Tečná τ rovina je určena dvěma přímkami u, t . Přímka u je tečnou vedenou bodem Z k rovnoběžce z , na které bod Z leží. Přímka t je spojnice bodu Z s vrcholem R kuželové plochy opsané hyperboloidu, která se ho dotýká podél rovnoběžky z . Nárys bodu Z otočíme kolem osy o do bodu Z^0 hlavního meridiánu a v bodě Z^0 sestrojíme tečnu t^0 k hlavnímu meridiánu hyperboloidu. Tečna t^0 protíná osu o v bodě R , který je vrcholem dotykové kuželové plochy. Přímka RZ této kuželové plochy je tečnou t k hyperboloidu v bodě Z . Dále sestrojíme tečnu u k rovnoběžce z , která prochází bodem Z . Nárys tečny u splývá s nárysem rovnoběžky z , půdorysem u_1 tečny u je tečna kružnice z_1 v bodě Z_1 . Půdorys přímky u je zároveň hlavní přímkou tečné roviny τ (protože její nárys je rovnoběžný s půdorysnou), stopy tečné roviny τ určené tečnami t, u sestrojíme pomocí stopníků těchto přímek.

Příklad 11 (řešení)



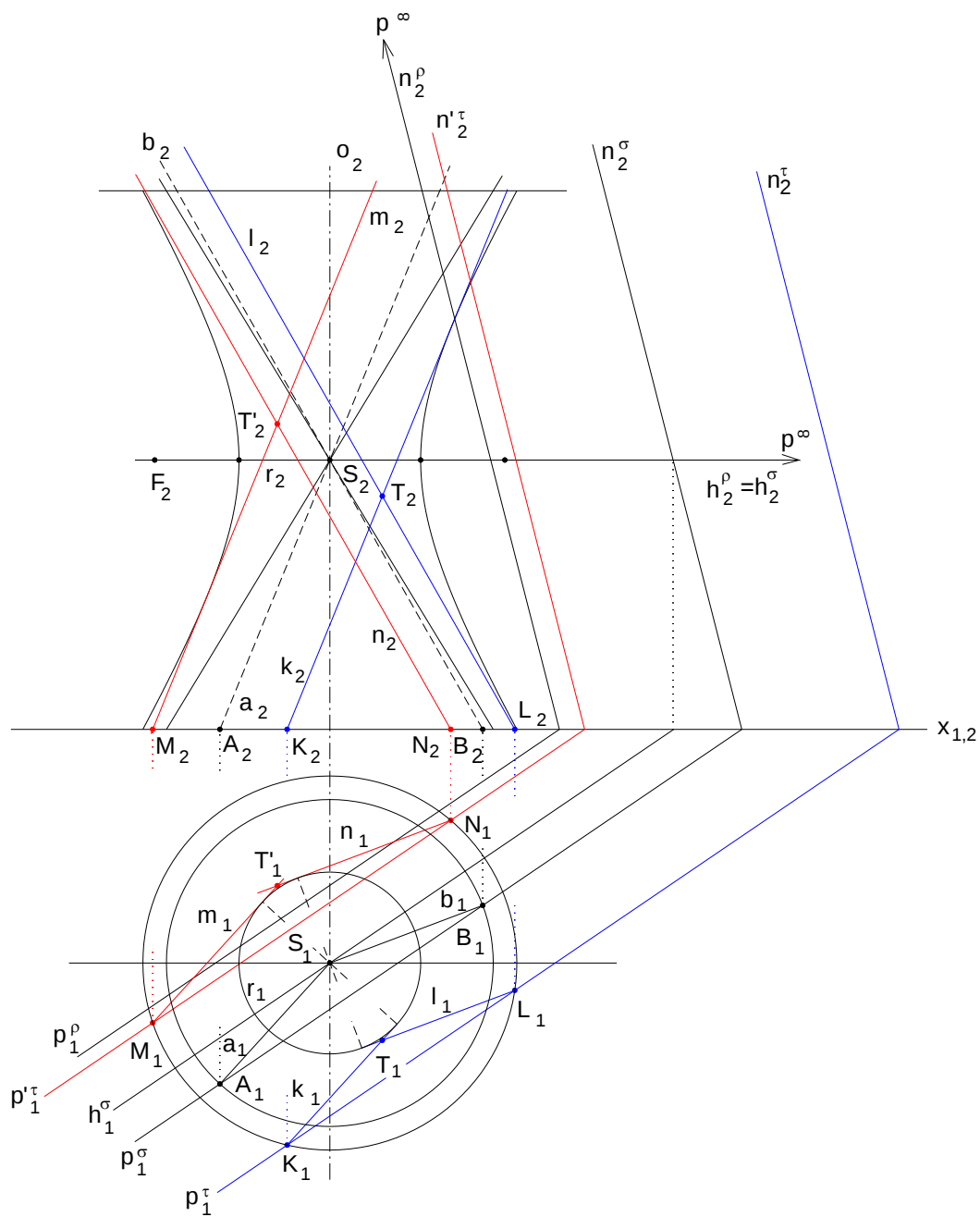
Příklad 12 – Tečné roviny k jednodílnému hyperboloidu procházející nevlastní přímkou

V Mongeově promítání ved'te tečné roviny procházející nevlastní přímkou p^∞ , $p^\infty \in \rho$ k rotačnímu jednodílnému hyperboloidu, který má osu o kolmou k půdorysně a je zadán meridiánem.

Příklad 12 (postup)

1. Tečnou rovinu τ procházející nevlastní přímkou p^∞ , kde $p^\infty \in \rho$ (tzn. tečná rovina τ je rovnoběžná s rovinou ρ) sestrojíme tak, že určíme přímky k, l patřící hyperboloidu, které jsou s rovinou ρ rovnoběžné.
Vrcholem S asymptotické kuželové plochy hyperboloidu proložíme rovinu σ rovnoběžnou s rovinou ρ . Půdorysnou stopu roviny σ sestrojíme pomocí hlavní přímky h^σ první osnovy vedené bodem S . Půdorysná stopa p^σ protíná rovnoběžku asymptotického kužele ležící v půdorysně v bodech A, B a rovina σ protíná asymptotický kužel hyperboloidu v přímkách a, b , kde $a = AS$, $b = BS$.
2. Určíme půdorysy přímek k, l hyperboloidu, jejich první průměty jsou tečnami ke kružnici r_1 a jsou rovnoběžné s půdorysy přímek a, b . Přímky k, l protínají rovnoběžku hyperboloidu ležící v půdorysně v bodech K, L . Nárysy přímek k, l sestrojíme jako přímky procházející nárysy K_2, L_2 bodů K, L a rovnoběžné s přímkami a_2, b_2 . Půdorysná stopa tečné roviny τ prochází průsečíky K, L přímek k, l s půdorysnou, nárysná stopa roviny τ je rovnoběžná s nárysnou stopou roviny ρ . Dotkový bod T tečné roviny τ a hyperboloidu sestrojíme jako průsečík přímek k a l .
3. Druhou tečnou rovinu τ' určenou přímkami m, n sestrojíme analogicky jako tečnou rovinu τ .

Příklad 12 (řešení)



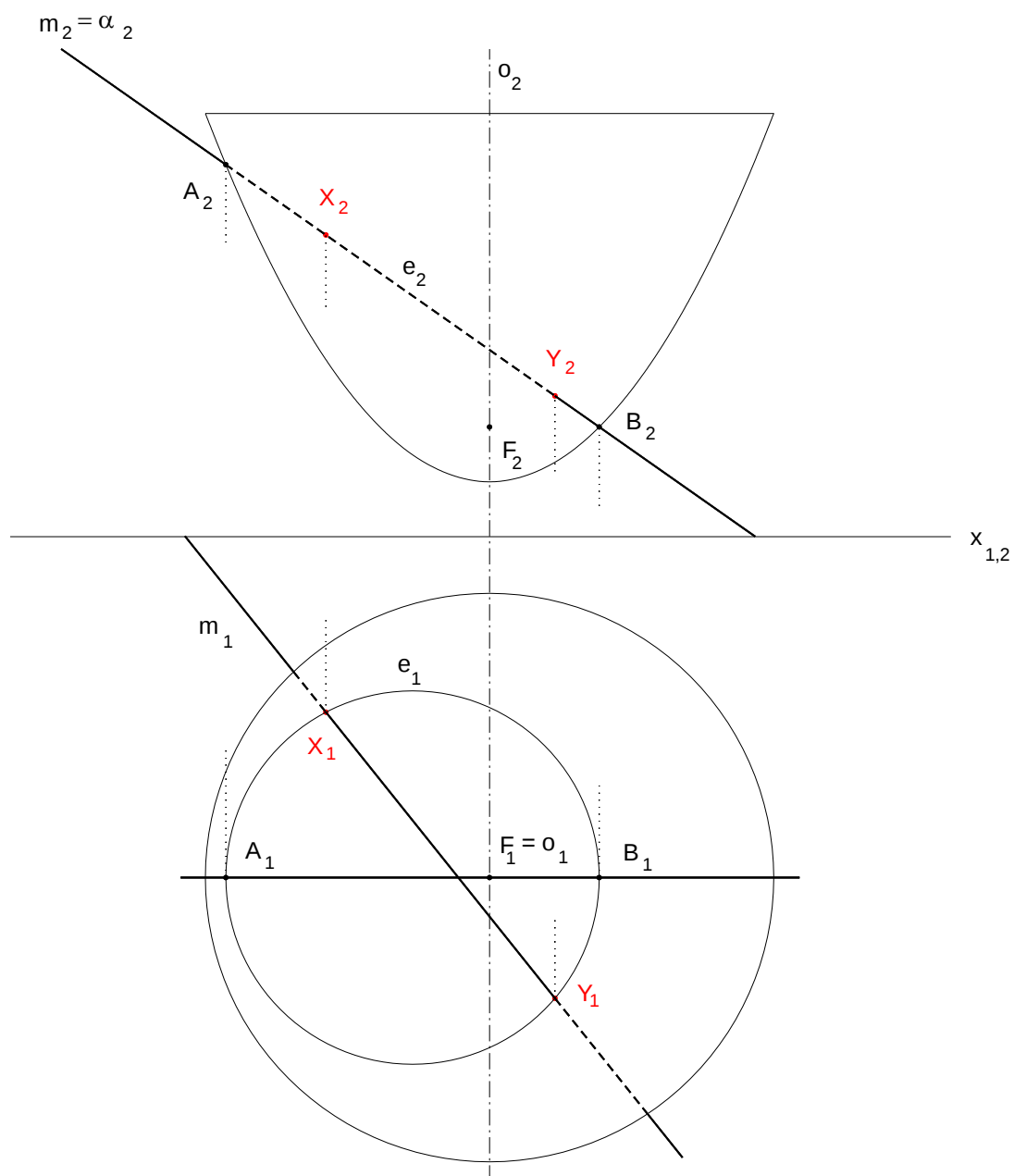
Příklad 13 – Průsečík přímky s rotačním paraboloidem

V Mongeově promítání sestrojte na přímce m body, které mají od daného bodu F a od první průmětny stejnou vzdálenost.

Příklad 13 (postup)

1. Množinou všech bodů v prostoru, které mají stejnou vzdálenost od pevného bodu F a roviny (zde půdorysny), je rotační paraboloid. Bod F je ohniskem tohoto paraboloidu a rovina π je řídící rovinou. Sestrojíme tedy paraboloid určený ohniskem F a řídící rovinou π . Pro větší názornost omezíme plochu paraboloidu libovolnou rovinou kolmou k ose o . Půdorysem plochy je kruh, nárysem je část paraboly, kterou sestrojíme s využitím ohniskových vlastností paraboly.
2. Hledanými body X, Y jsou průsečíky přímky m s paraboloidem. Přímkou m proložíme rovinu α kolmou k nárysně. Body X, Y jsou společné body přímky m a elipsy e , ve které protíná rovina α paraboloid. Nárysem elipsy e je úsečka A_2B_2 , kde A, B jsou průsečíky roviny α a hlavního meridiánu paraboloidu. Půdorysem řezu je kružnice nad průměrem A_1B_1 . Sestrojíme průsečíky X, Y přímky m a elipsy e nejdříve v půdoryse a pak odvodíme průměty bodů v náryse.
3. Určíme viditelnost přímky m vzhledem k paraboloidu.

Příklad 13 (řešení)



1.4 Průniky rotačních kvadrik

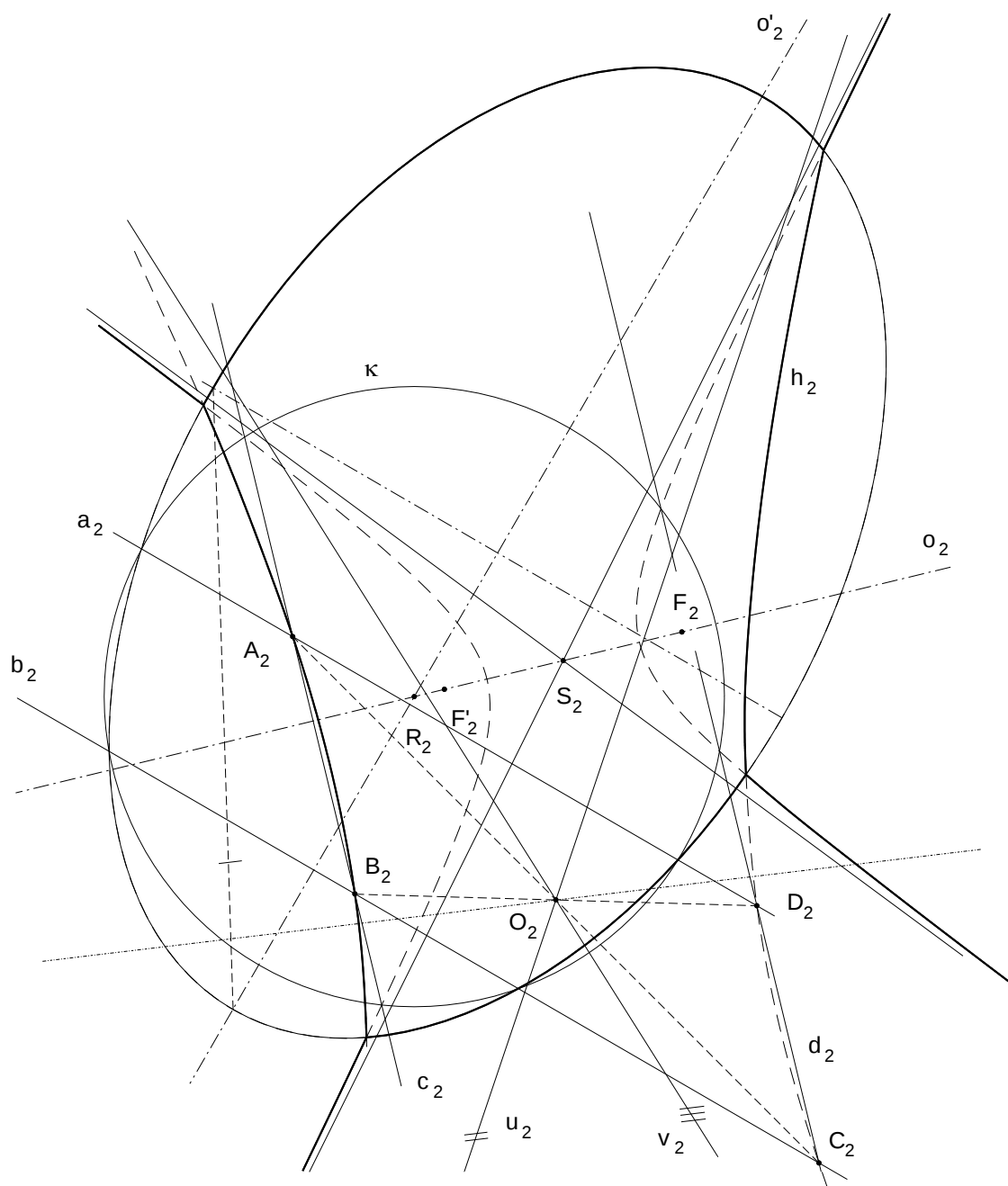
Příklad 14 – Průnik dvojdílného hyperboloidu a elipsoidu

V Mongeově promítání sestrojte průnik rotačního dvojdílného hyperboloidu a rotačního protáhlého elipsoidu s různoběžnými osami ležícími v nárysně.

Příklad 14 (postup)

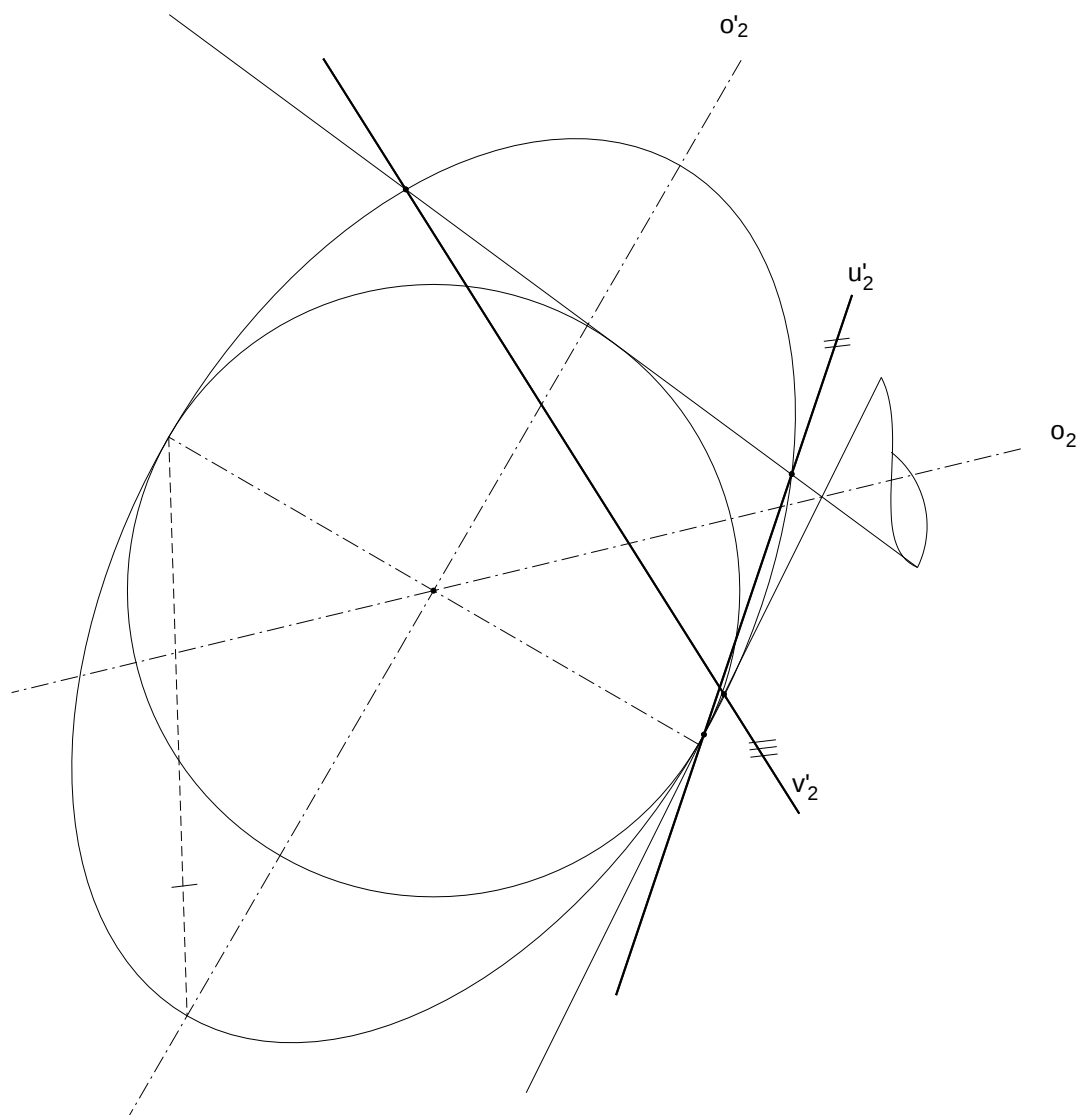
1. Pro konstrukci obecných bodů průnikové křivky volíme pomocné kulové plochy, které mají střed v průsečíku R os obou kvadrik. Tyto pomocné kulové plochy protínají obě kvadriky současně v kružnicích (rovnoběžkách), které se v náryse zobrazí jako úsečky. Zvolíme si pomocnou kulovou plochu κ . Tato kulová plocha protne elipsoid v rovnoběžkách a, b a hyperboloid v rovnoběžkách c, d . Nárysy rovnoběžek a, b, c, d jsou úsečky ležící na přímkách a_2, b_2, c_2, d_2 . Průnikem rovnoběžek a a c jsou dva body A, A' , které patří průnikové křivce h obou ploch. Jejich nárys se zobrazí do bodu A_2 (analogicky platí i pro body B_2, C_2, D_2).
2. Postupně volíme další kulové plochy se středem v bodě R a stejnou konstrukcí jako v bodě 1. sestrojíme dostatečný počet bodů průnikové křivky (z důvodu větší přehlednosti jsem v řešení vyrýsovala jen jednu kulovou plochu).
3. Průnikovou křivkou je křivka h čtvrtého stupně, jejím nárysem h_2 je část hyperboly, jejíž střed O_2 je středem rovnoběžníku $A_2B_2C_2D_2$, který je vepsán hyperbole h_2 . Aby byla hyperbola h_2 jednoznačně určena, sestrojíme její asymptoty, při jejich konstrukci využijeme homotetických kvadrik. Některé kulové plochy opíšeme homotetické kvadriky (homotetickou kvadrikou pro elipsoid je opět rotační elipsoid, který vzniká rotací homotetické elipsy, tzn. spojnice hlavního a vedlejšího vrcholu tvořících elips obou elipsoidů jsou rovnoběžné; homotetickou kvadrikou pro hyperboloid je rotační kuželová plocha, která vzniká rotací přímek, které jsou rovnoběžné s asymptotami tvořící hyperboly hyperboloidu). Určíme společné body průmětů kuželové plochy a elipsoidu, spojnice těchto bodů určují směry u', v' asymptot u, v průnikové křivky (hyperboly) elipsoidu a dvojdílného hyperboloidu. Hyperbola h_2 je tedy určena asymptotami u_2, v_2 a body A_2, B_2, C_2, D_2 , sestrojíme ji s využitím jejích ohniskových vlastností. Body C_2, D_2 patří tzv. parazitní části křivky.

Příklad 14 (řešení)



Příklad 14 (řešení) - pokračování

Homotetické kvadriky



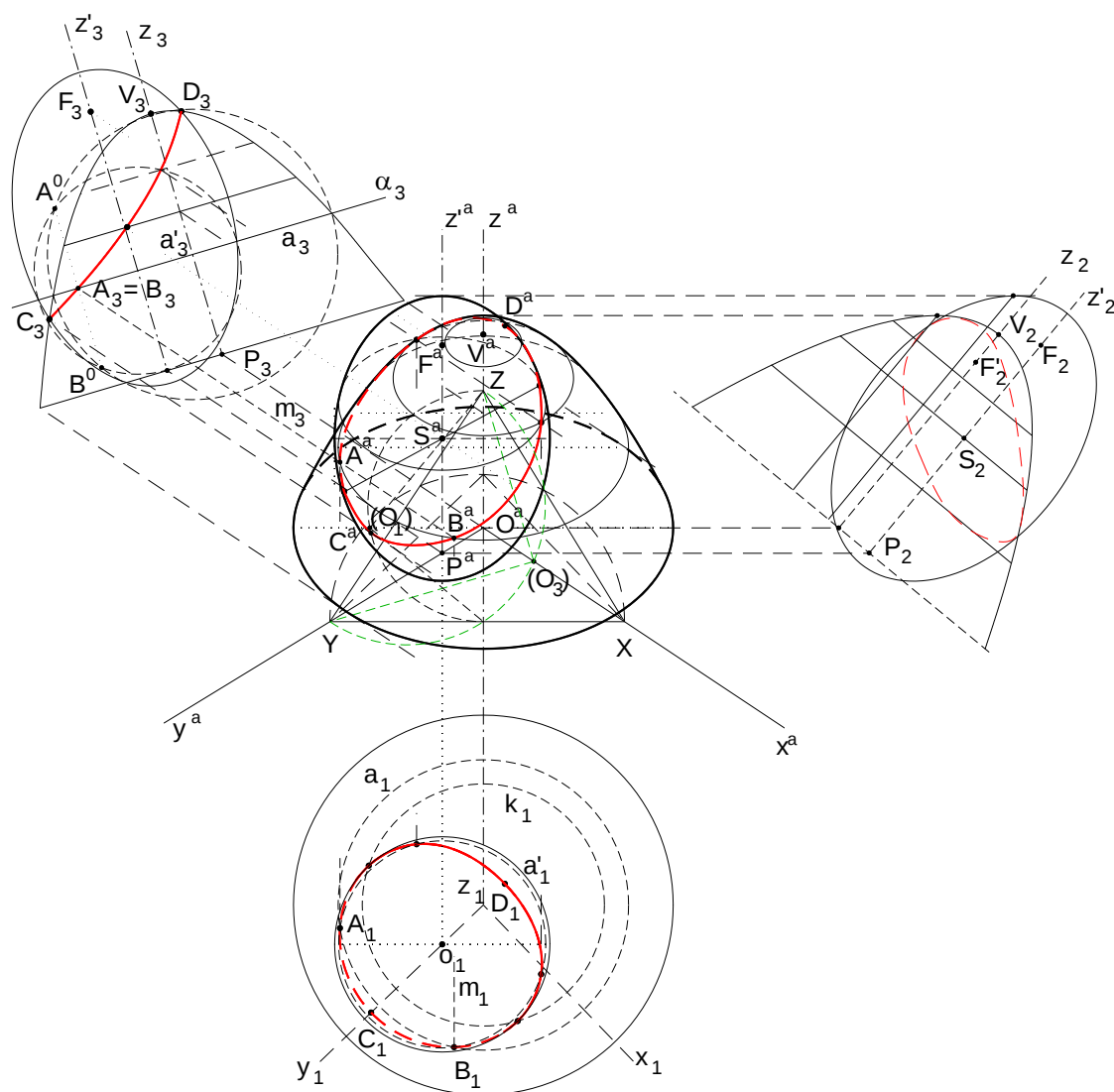
Příklad 15 – Průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu v axonometrii

V pravouhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu, jejichž osy jsou vzájemně rovnoběžné a leží v bokorysně.

Příklad 15 (postup)

1. Axonometrický průmět plochy sestrojíme podobně jako v příkladu č.5.
2. Situaci v prostoru pravouhle promítneme do průmětny μ (bokorysy), ve které leží osy obou ploch, tuto pomocnou průmětnu μ otočíme kolem její axonometrické stopy do axonometrické průmětny. Pro lepší přehlednost řešení posuneme otočené útvary ve směru kolmém k axonometrické stopě roviny μ . Otočené útvary označíme indexem 3. V otočení sestrojíme třetí průměty ploch – třetím průmětem elipsoidu je jeho tvořící elipsa, třetím průmětem paraboloidu je jeho tvořící parabola.
3. V otočení sestrojíme třetí průmět průnikové křivky ploch. Osy obou ploch jsou rovnoběžné a leží v bokorysně μ , zvolíme libovolnou rovinu α , která je kolmá k osám obou ploch. Rovina α protíná plochy v rovnoběžkách a, a' , jejichž společné body A, B náležejí průnikové křivce.
Rovina α se v otočení zobrazí jako přímka kolmá ke sklopeným osám ploch, rovnoběžky a, a' se v otočení zobrazí jako úsečky a_3, a'_3 . Jejich společné body A, B sestrojíme pomocí sklopení roviny α , tedy úsečkám a_3, a'_3 opíšeme kružnice, jejichž střed leží na průsečíku úsečky a osy dané plochy. Průnikové body A^0, B^0 kružnic vrátíme ze sklopení zpátky, tedy průsečík úsečky A^0B^0 s a_3 je třetím průmětem bodů A, B . Axonometrické průměty bodů A, B sestrojíme jako průsečíky rovnoběžky a^a s přímkou m_3 směru otočení vedenou bodem A_3 .
4. Postupně volíme další roviny rovnoběžné kolmé k osám obou ploch a sestrojíme tak dostatečný počet bodů průnikové křivky. Pro snadnější konstrukci bodů průnikové křivky ploch můžeme otočit půdorysnu π do axonometrické průmětny a otočené útvary posuneme ve směru kolmém na osu z a označíme je indexem 1. V tomto otočení se rovnoběžky a, a' , ve kterých protíná rovina α (nebo roviny s ní rovnoběžné) obě plochy zobrazí jako kružnice a_1, a'_1 . První průměty bodů A, B průnikové křivky jsou pak průsečíky kružnic a_1, a'_1 . Jejich axonometrické průměty leží na rovnoběžce a^a a přímce m_1 směru otočení vedenou bodem A_1 . Bod A^a tedy nemusíme sestrojovat jako průsečík přímky m_3 elipsou a^a , ale jako průsečík přímek m_3 a m_1 .
5. Průniková křivka ploch je souměrná podle roviny μ , ve které leží jejich osy z a z' . Rovina μ protíná elipsoid v tvořící elipse a paraboloid v tvořící parabole, společné body této elipsy C, D a paraboloidu náležejí průnikové křivce a zároveň jsou lokálně nejvyšší a nejnižší body průnikové křivky.

Příklad 15 (řešení)



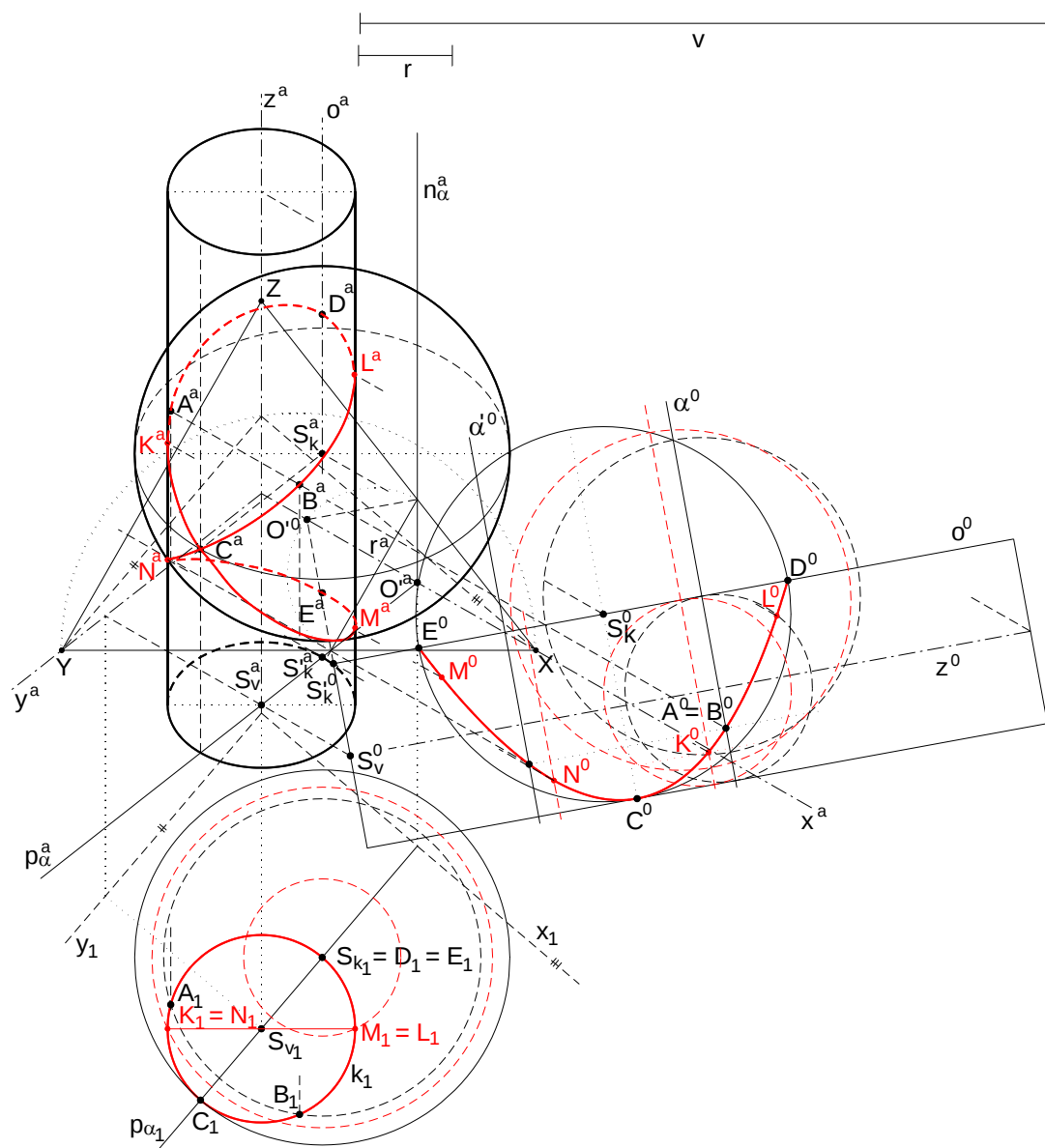
Příklad 16 – Vivianiho křivka

V pravouhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojíte průnikovou křivku rotačního válce se středem podstavy S_v v půdorysně, výškou v a poloměrem podstavy r a kulové plochy se středem S_k a poloměrem $2r$, osa rotačního válce je v ose z a jedna z povrchových přímek rotačního válce prochází středem S_k dané kulové plochy. (Průnikovou křivkou je tzv. Vivianiho křivka).

Příklad 16 (postup)

1. Plochy sestrojíme podobně jako v příkladě č. 5 pomocí otočení roviny obsahující osu rotačního válce a střed kuželové plochy.
2. Osou rotačního válce z a osou kulové plochy o je určena rovina α . Tato rovina je kolmá k rovině π určené osami x, y a protíná válec v obdélníku a kulovou plochu v kružnici. Situaci v prostoru pravouhle promítneme do roviny α a otočíme ji kolem její axonometrické stopy r do axonometrické průmětny, otočené útvary označíme indexem 0.
3. V otočení sestrojíme průmět průnikové křivky daného rotačního válce a kulové plochy. Plochy protneme rovinou β , která je rovnoběžná s rovinou π . Pravouhlý průmět pomocné roviny β do roviny α se v otočení zobrazí jako přímka kolmá ke sklopeným osám obou ploch. Rovina β protíná plochy v rovnoběžkách a, b , jejichž průsečíky A, B náležejí průnikové křivce ploch. Body A^0, B^0 sestrojíme pomocí sklopení roviny β , tedy úsečkám a^0, b^0 opíšeme kružnice, jejichž střed leží na průsečíku úsečky a^0 (resp. b^0) a osy z^0 (resp. o^0) dané plochy. Průnikové body A', B' kružnic vrátíme ze sklopení zpátky, tedy průsečík úsečky $A'B'$ s β_3 je průmětem bodů A, B . Pro snadnější konstrukci bodů A, B průnikové křivky daných ploch otočíme půdorysnu π do axonometrické průmětny a otočené útvary posuneme ve směru kolmém na osu z a označíme je indexem 1. V tomto otočení se rovnoběžky a, b , ve kterých protíná rovina β (nebo roviny rovnoběžné s rovinou β) obě plochy, zobrazí jako kružnice a_1, b_1 . První průměty bodů A, B průnikové křivky jsou průsečíky kružnic a_1, b_1 . Axonometrický průmět bodů A leží průsečíku přímky m^0 směru otočení roviny α , $A^0 \in m^0$ a na přímce m_1 směru otočení roviny π , $A_1 \in m_1$ bodem A_1 . Analogicky sestrojíme axonometrický průmět bodu B .
4. Plochami prokládáme další roviny rovnoběžné s rovinou π a sestrojíme tak dostatečný počet bodů průnikové křivky. Pro lepší přehlednost jsem v řešení příkladu uvedla jen konstrukci bodů A a B průnikové křivky. Další body průnikové křivky se sestavují analogicky.
5. Průniková křivka ploch je souměrná podle roviny α , ve které leží jejich osy z a o a také podle roviny rovnoběžné s rovinou π , která prochází středem kulové plochy. Rovina α protíná rotační válec v obdélníku a kulovou plochu v kružnici, společné body C, D tohoto obdélníku a kružnice náležejí průnikové křivce a zároveň jsou lokálně nejvyšší a nejnižší body průnikové křivky. Průniková křivka ploch se nazývá Vivianiho křivka.
6. Body K, L, M, N , ve kterých se mění viditelnost axonometrického průmětu průnikové křivky, sestavujeme jako průsečíky průmětu průnikové křivky a řezu axonometrickou průmětnou. Axonometrické průměty obrysových přímek rotačního válce prochází krajními body průměru podstavy rovnoběžného s XY . Proto první průměty bodů K, L, M, N , ve kterých se mění viditelnost průnikové křivky, jsou po dvou krajními body průměru kružnice k_1 rovnoběžné s XY . Bodem K_1 prochází rovnoběžka k_1 válce a rovnoběžka k'_1 kulové plochy, K_1 je jejich společný bod. Sestrojíme obraz bodu K v otočení podobně jako obecný bod v odstavci 3. a odvodíme jeho axonometrický průmět K^a . Analogicky sestrojíme i další body L, M, N , ve kterých se bude měnit viditelnost průnikové křivky.

Příklad 16 (řešení)



1.5 Osvětlení rotačních kvadrik

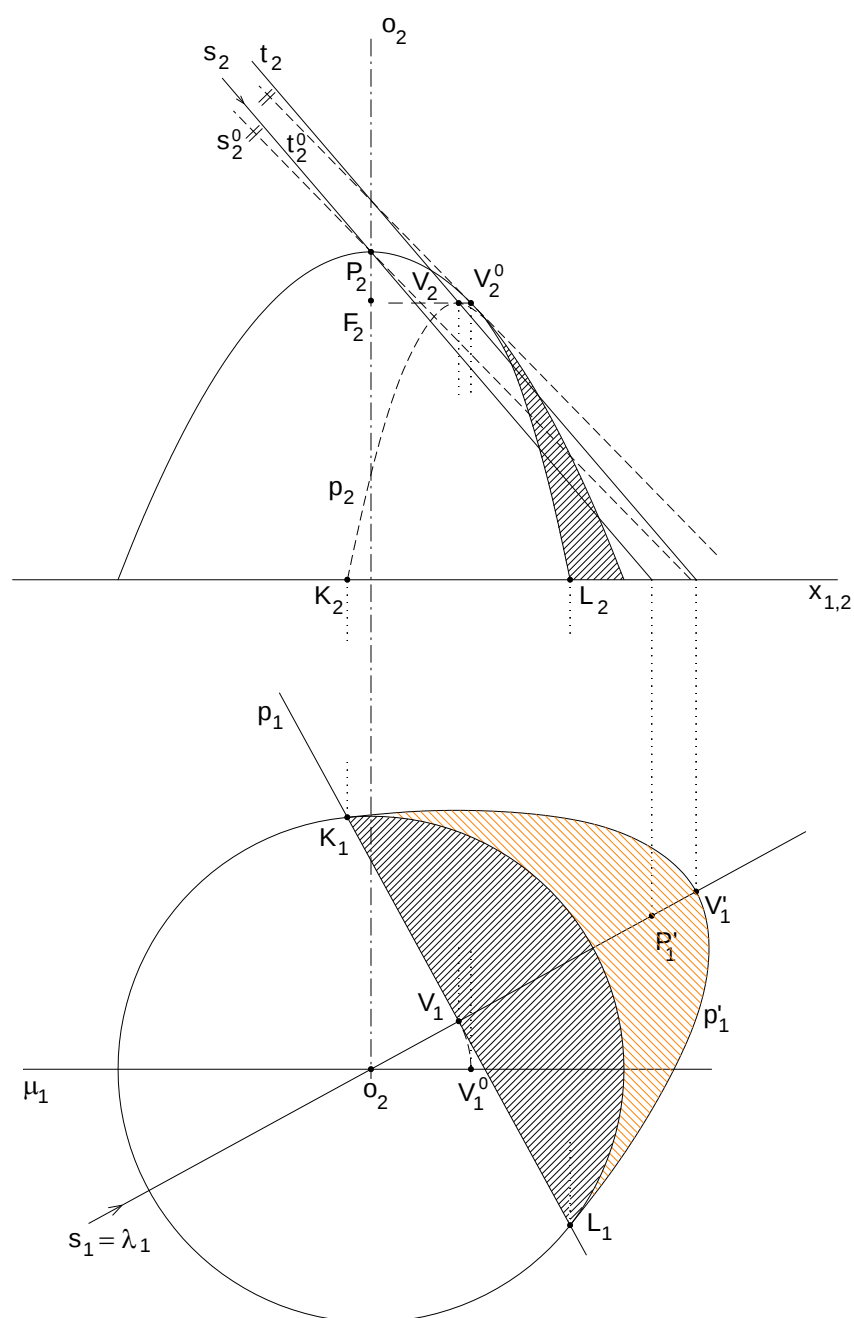
Příklad 17 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu

V Mongeově promítání zobrazte rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu, jehož osa je kolmá k půdorysně. Sestrojte stín vržený do půdorysny.

Příklad 17 (postup)

1. Mezi vlastního stínu paraboloidu bude parabola p , protože směr osvětlení není rovnoběžný s osou paraboloidu. Vrchol V paraboly p je bodem dotyku tečny rovnoběžné se směrem osvětlení a světelného meridiánu. Bod V sestrojíme pomocí válcové metody, tedy rovinu λ světelného meridiánu otočíme do roviny μ rovnoběžné s nárysnou a procházející osou paraboloidu. Meridián v rovině λ se otočí do hlavního meridiánu a přímka s směru osvětlení, která prochází vrcholem paraboloidu na ose o , se otočí do přímky 0s . Sestrojíme tečnu 0t_2 rovnoběžnou s 0s_2 , v bodě dotyku dostaneme nárys otočeného vrcholu 0V paraboly p . Zpětným otočením bodu 0V do roviny λ sestrojíme půdorys i nárys bodu V .
2. Půdorysem paraboly p meze vlastního stínu je přímka p_1 , která je kolmá k prvnímu průmětu přímky s a prochází půdorysem bodu V .
V náryse je parabola určena svým vrcholem V , osou procházející vrcholem rovnoběžnou s o_2 a nárysy bodů K , L , ve kterých parabola p protíná rovnoběžku paraboloidu ležící v půdorysně. Pro přesnější vyrýsování nárysu paraboly p můžeme sestrojit její další body jako průsečíky roviny, ve které leží parabola p , s rovnoběžkami paraboloidu.
3. Stín vržený na půdorysnu určíme jako množinu vržených stínů bodů paraboly p meze vlastního stínu. Mezi vrženého stínu do průmětny π je parabola p' . Sestrojíme nejprve vržený stín vrcholu V paraboly p do průmětny π a označíme ho V' . Dále sestrojíme vržený stín P' vrcholu P paraboloidu do průmětny, sestroyený bod P' je ohniskem paraboly p' . Parabola p' meze vrženého stínu na π je určena vrcholem V'_1 , ohniskem P'_1 a body K_1 , L_1 .

Příklad 17 (řešení)



Příklad 18 – Středové osvětlení protáhlého elipsoidu

V Mongeově promítání zobrazte středové osvětlení rotačního protáhlého elipsoidu s osou kolmou k π ze středu S . Sestrojte stín vržený do půdorysny.

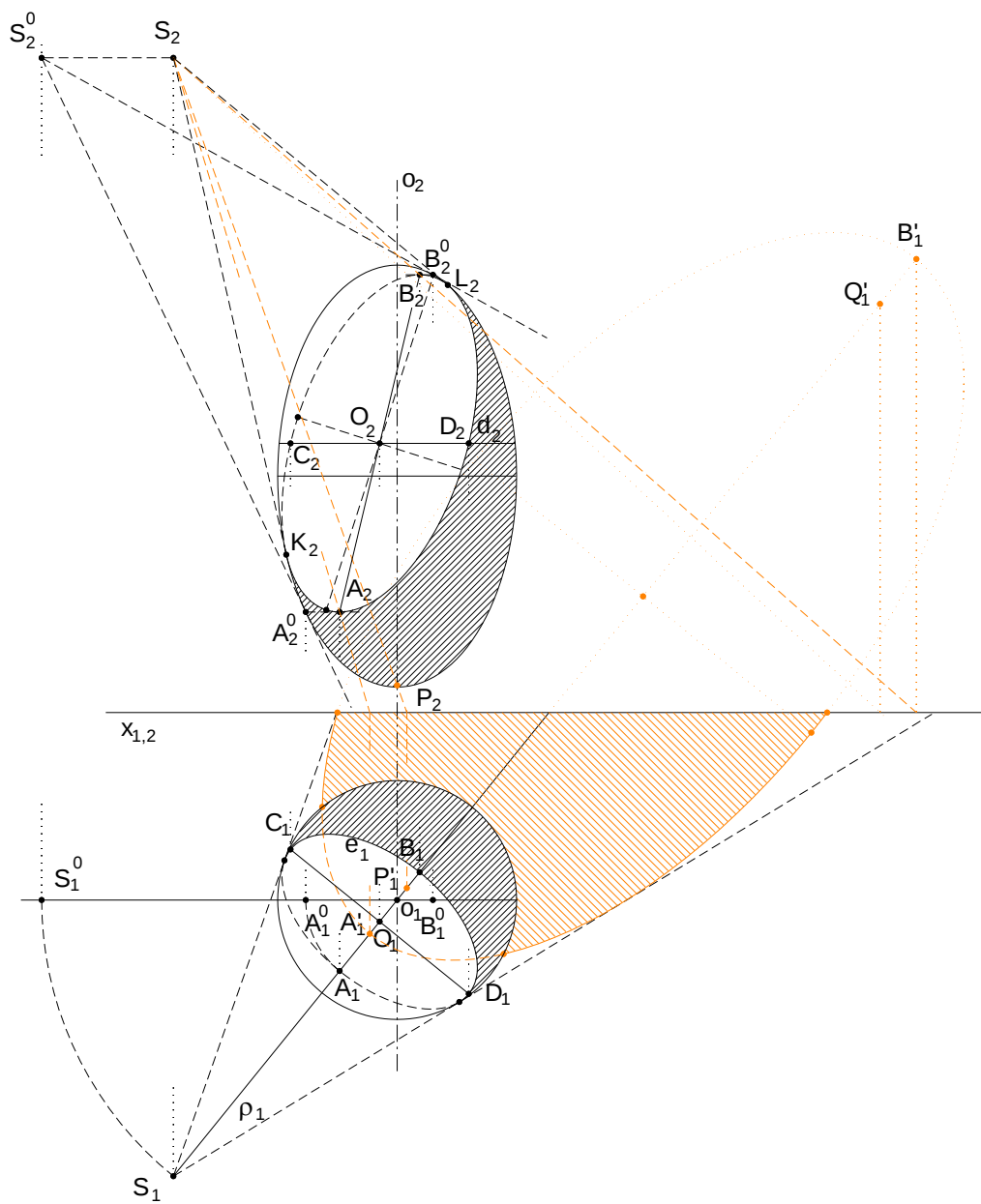
Příklad 18 (postup)

1. Z bodu S sestrojíme k elipsoidu tečnou kuželovou plochu, dotyková elipsa e bude mezi vlastního stínu. Jedna osa elipsy e leží v rovině ρ , která je určena bodem S a osou o elipsoidu. Rovina ρ je také rovinou souměrnosti meze vlastního stínu. Rovina ρ protne plochu elipsoidu v meridiánu m , z bodu S sestrojíme tečny k tomuto meridiánu m s dotykovými body A, B . Body A, B sestrojíme užitím válcové metody, tedy pomocí otočení útvarů ležících v rovině meridiánu m kolem osy o do roviny rovnoběžné s nárysnou. Sestrojíme otočený bod S^0 , kterým vedeme tečny k hlavnímu meridiánu elipsoidu a sestrojíme dotykové body A^0, B^0 , které otočíme zpět do roviny ρ a získáme body A, B , které omezují jednu z os elipsy e meze vlastního stínu. Sestrojíme střed O úsečky AB , který je středem elipsy e . Druhá osa elipsy e je v půdoryse kolmá na osu A_1B_1 elipsy e , v náryse je rovnoběžná se základnicí. Body C, D , kterými je druhá osa elipsy e omezena, leží v rovině rovnoběžky d elipsoidu a sestrojíme je v půdorysu jako průnik kolmice k A_1B_1 vedenou bodem O_1 s půdorysem rovnoběžky d_1 . Sestrojíme elipsu e , v půdorysu je určena hlavní osou C_1D_1 a vedlejší osou A_1B_1 . V nárysu je elipsa e určená sdruženými průměry A_2B_2, C_2D_2 , její hlavní a vedlejší osu sestrojíme např. pomocí Rytzovy konstrukce. Body na elipse e , ve kterých se mění její viditelnost, sestrojíme pomocí válcové metody pro hlavní meridián m , tedy jako body dotyku K_2, L_2 tečen k m_2 vedených z S_2 .
2. Mezi stínu vrženého na půdorysnu bude část elipsy g . Jejími hlavními vrcholy A', B' budou průsečíky přímk SA, SB s půdorysnou. Sestrojíme střed úsečky $A'B'$ a vedlejší osu elipsy g , která bude tímto středem procházet a bude kolmá k $A'B'$. Sestrojíme ohniska elipsy g meze stínu vrženého do π . Využijeme větu Quételet – Dandelinovu³ pro konstrukci ohnisek meze vrženého stínu kulové plochy do průmětny π při rovnoběžném osvětlení. Tato věta platí obdobně i pro středové osvětlení v případě, že osa rotační kvadriky je kolmá k průmětně π . Využijeme afinity mezi kulovou plochou a elipsoidem a sestrojíme vržené stíny P', Q' vrcholů rotačního elipsoidu do průmětny π , která je kolmá k ose o elipsoidu. Body P', Q' jsou ohniska elipsy g meze stínu vrženého do půdorysny.

³ Quételet – Dandelinova věta pro středový průmět kulové plochy: Středový průmět kulové plochy na rovinu, která neprochází středem promítání, je kuželosečka. Její ohniska jsou (vlastní) průměty krajních bodů průměru kulové plochy kolmého k průmětně.

Důkaz věty lze nalézt např. v [12].

Příklad 18 (řešení)



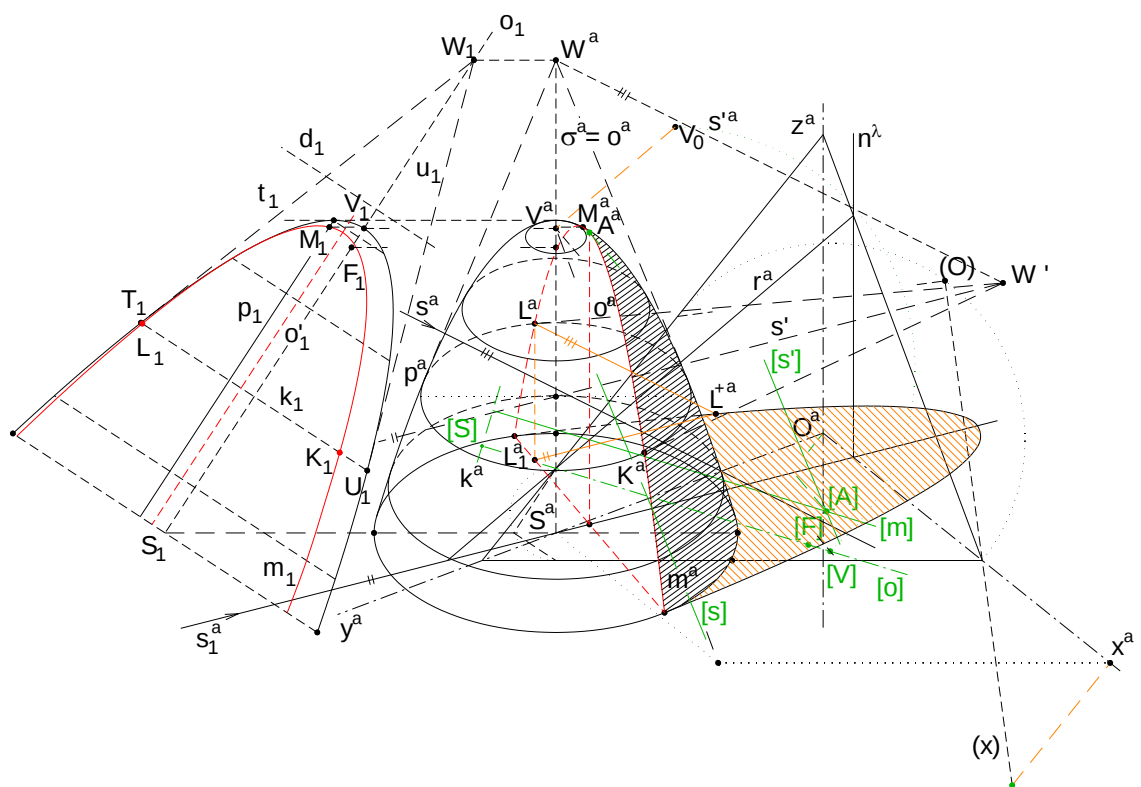
Příklad 19 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu v axonometrii

V pravouhlé axonometrii zadané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu, jehož osa je rovnoběžná s axonometrickou osou z . Rotační paraboloid je zadán meridiánem ležícím v promítací rovině σ . Sestrojte stín paraboloidu vržený do průmětny π .

Příklad 19 (postup)

1. Axonometrický průmět plochy sestrojíme analogicky jako v příkladu č. 5.
2. (Kuzelová metoda osvětlení.) Sestrojíme mez m vlastního stínu paraboloidu, kterou je část paraboly. Na libovolně zvolených rovnoběžkách paraboloidu sestrojíme body meze vlastního stínu pomocí kuželové metody osvětlení. Například rovnoběžce k opíšeme kuželovou plochu. Nejprve sestrojíme průmět kuželové plochy do promítací roviny σ , ve sklopení roviny σ do průmětny se obrysové povrchy t_1 , u_1 kuželové plochy zobrazí jako tečny k meridiánu paraboloidu v bodech T_1 , U_1 rovnoběžky k_1 . Vrchol kuželové plochy ležící v průsečíku přímek t_1 , u_1 a na ose paraboloidu označíme W_1 a sestrojíme jeho axonometrický průmět W^a . Vrchol W^a paraboloidu promítneme ve směru promítání s do roviny α rovnoběžky k , získáme tak bod W' , ze kterého sestrojíme tečny k rovnoběžce k . Dotykové body K^a , L^a tečen vedených z bodu W' k rovnoběžce k^a jsou hledanými body, které patří mezi vlastního stínu paraboloidu. Podobným způsobem sestrojíme body meze vlastního stínu i na dalších libovolných rovnoběžkách plochy a zkonstruujeme bodově parabolu m meze vlastního stínu.
3. Sestrojíme bod M , ve kterém se mění viditelnost křivky m meze vlastního stínu. Rovinu meze vlastního stínu promítneme do promítací roviny σ a ve sklopení do průmětny sestrojíme první průmět m_1 meze vlastního stínu. První průmět bodu M určíme jako průsečík paraboly m_1 s úsečkou p_1 , která je prvním průmětem obrysové paraboly p v axonometrické rovině. Axonometrický průmět M^a bodu M leží na obrysové parabole p^a paraboloidu v axonometrické rovině a na přímce vedené z bodu M_1 a kolmé k ose paraboloidu.
4. Vrchol A paraboly m meze vlastního stínu sestrojíme pomocí válcové metody osvětlení. Do průmětny otočíme světelnou rovinu λ , která prochází osou rotace a je kolmá k rovině meze vlastního stínu, tedy v otočení se mez m vlastního stínu paraboloidu zobrazí jako přímka. V otočené světelné rovině sestrojíme osu $[o]$, vrchol $[V]$ a ohnisko $[F]$ světelného meridiánu. Těmito prvky je světelný meridián jednoznačně určen (pro další řešení není nutné křivku světelného meridiánu v otočení vykreslovat). V otočení sestrojíme průmět roviny meze m vlastního stínu, který se v otočení zobrazí jako přímka $[m]$. Sestrojíme také otočený směr $[s]$ osvětlení. Ke konstrukci otočených prvků využijeme afinity, jejíž osou je axonometrická stopa r^a světelné roviny, směr odpovídajících si bodů je dán např. dvojicí V^a a $[V]$, jejichž spojnice je kolmá na osu afinity r^a . K nenarýsované parabole meridiánu $[m]$ vedeme tečnu $[s']$ rovnoběžnou s otočeným směrem otočení $[s]$ a sestrojíme její dotykový bod $[A]$. S využitím zmíněné afinity sestrojíme axonometrický průmět A^a , který je vrcholem paraboly m meze vlastního stínu.
5. Vržený stín do průmětny π sestrojíme bodově. Body meze hlavního stínu promítáme na průmětnu π . Tedy např. bodem L^a vedeme rovnoběžku s axonometrickým průmětem směru osvětlení s^a , půdorysným průmětem L_1^a bodu L vedeme rovnoběžku s půdorysným průmětem s_1^a směru osvětlení. Průsečík L^{+a} takto vedených rovnoběžek je bodem meze stínu vrženého do průmětny. Z důvodu přehlednosti řešení jsem uvedla konstrukci vrženého stínu jen pro bod L , ostatní body se sestrojí analogicky.

Příklad 19 (řešení)



Příklad 20 – Rovnoběžné osvětlení jednodílného hyperboloidu

V Mongeově promítání sestrojte rovnoběžné osvětlení rotačního jednodílného hyperboloidu, jehož osa je kolmá k π . Sestrojte stín vržený na průmětny.

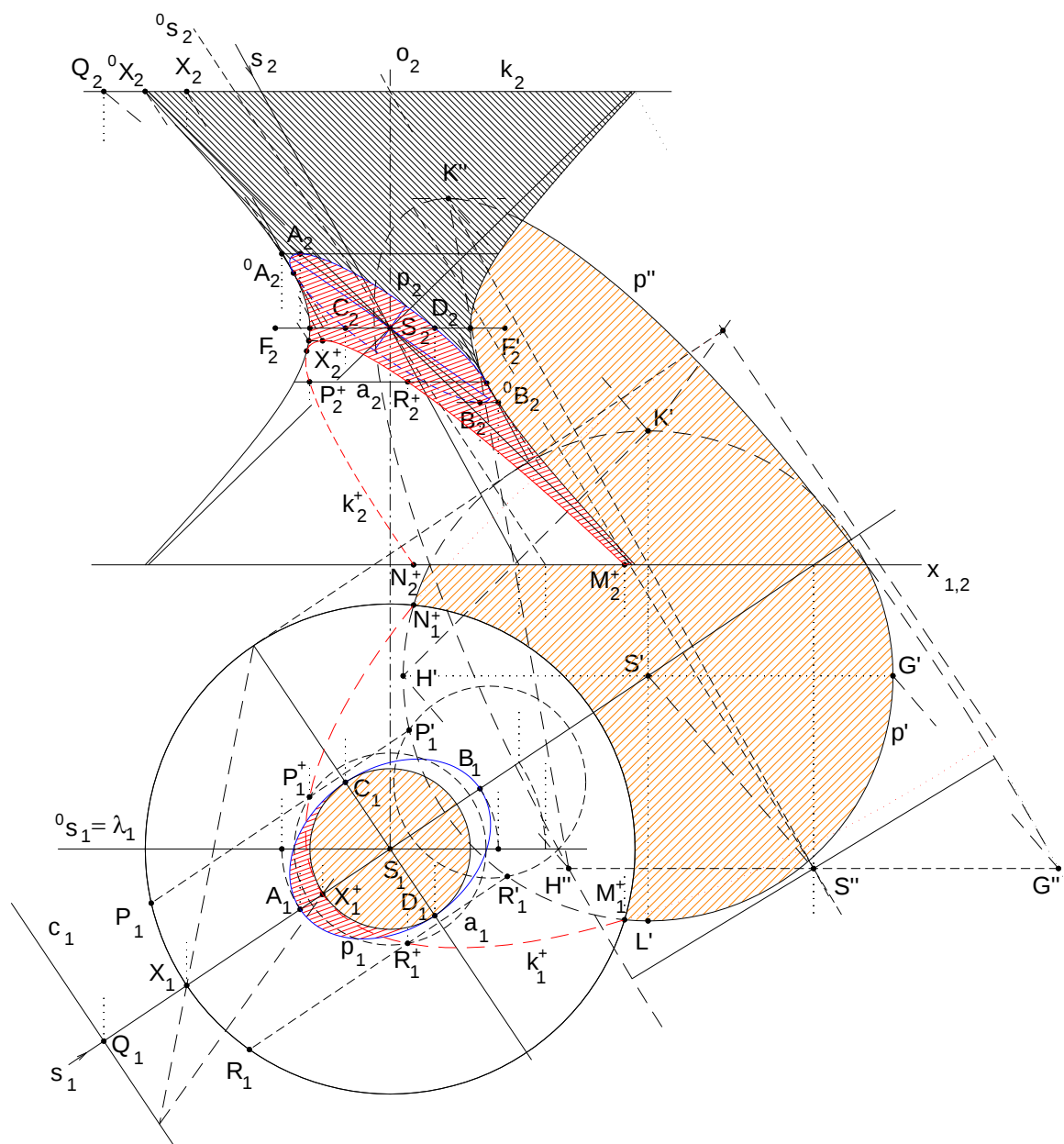
Příklad 20 (postup)

1. Sestrojíme mez vlastního stínu p . Protože přímka s směru osvětlení procházející středem hyperboloidu S leží uvnitř asymptotické kuželové plochy hyperboloidu, je mezi vlastního stínu p elipsa. Osa elipsy p leží v rovině λ světelného meridiánu. Konstrukci provedeme pomocí válcové metody pro světelný meridián, tedy rovinu λ otočíme do roviny hlavního meridiánu, přímka s směru osvětlení se otočí do přímky 0s . V náryse sestrojíme tečny k hlavnímu meridiánu hyperboloidu, které jsou rovnoběžné s přímkou 0s_2 , body dotyku tečen a hyperboloidu označíme $^0A_2, ^0B_2$ a jejich zpětným otočením do roviny λ určíme nárysy i půdorysy bodů A, B . Přímka AB je průsečnicí světelné roviny λ a roviny ρ meze vlastního stínu. Druhá osa elipsy p leží na přímce, která je kolmá k přímce AB (tzn. na hlavní přímce první osnovy roviny ρ). Střed elipsy p leží ve středu S hyperboloidu, proto body A, B leží na rovníku hyperboloidu. V půdoryse je elipsa p_1 určena hlavní osou A_1B_1 a vedlejší osou C_1D_1 , v bodech C_1, D_1 se mění viditelnost meze vlastního stínu p_1 . V náryse je elipsa p_2 určena sdruženými průměry A_2B_2 a C_2D_2 , hlavní a vedlejší osu elipsy p_2 můžeme zkonstruovat např. pomocí Rytzovy konstrukce. Body ve kterých se mění viditelnost meze vlastního stínu v náryse sestrojíme jako body dotyku hlavního meridiánu hyperboloidu a tečen rovnoběžných s přímkou s_2 .
2. Vržený stín p' do půdorysny je omezen kružnicí, kterou získáme osvětlením kružnice k , kterou je hyperboloid ohraničen. Průsečíky průmětny π s přímkami směru osvětlení procházející kružnicí k určují hranici vrženého stínu kružnice k do půdorysny. Střed S' kružnice p' vrženého stínu do půdorysny sestrojíme promítnutím středu kružnice k ve směru osvětlení do půdorysny π .
3. Vržený stín p'' kružnice k do nárysny sestrojíme s využitím kolineace mezi kružnicí p' stínu vrženého na půdorysnu a elipsou p'' stínu vrženého do nárysny. Nejprve sestrojíme střed S'' elipsy p'' jako průsečík přímky vedené středem kružnice k a rovnoběžné se směrem osvětlení a nárysny. Spojnice středů S' a S'' určuje dvojici odpovídajících si bodů v kolineaci, osou kolineace je základnice. Sestrojíme průměry $G'H'$ a $K'L'$ kružnice k' , průměr $G'H'$ je rovnoběžný s nárysnou, průměr $K'L'$ je k nárysně kolmý. V kolineaci sestrojíme obrazy těchto průměrů $G''H'', K''L''$, které jsou sdruženými průměry elipsy p'' vrženého stínu do nárysny. Hlavní a vedlejší osu elipsy p'' můžeme zkonstruovat např. pomocí Rytzovy konstrukce. Vržený stín do nárysny je omezen základnicí a hlavním meridiánem hyperboloidu.
4. Kružnice k vrhá stín k^+ i na plochu hyperboloidu. Vrženým stínem k^+ je elipsa, která odpovídá kružnici k v prostorové afinitě s osou $c = \rho \cap \pi'$, kde ρ je rovina meze vlastního stínu p a π' je rovina, v níž leží kružnice k . Směr afinity určuje přímka osvětlení s . Při pravoúhlém promítnutí této afinity do průmětny π dostáváme osovou afinitu v rovině, jejíž osou je přímka c_1 . Určíme průsečík Q některé z přímek roviny ρ (můžeme použít např. přímku AB) s rovinou π' . Bodem Q pak prochází přímka c , která je kolmá ke světelné rovině λ . Sestrojíme bod X kružnice k , který leží ve světelné rovině λ , vedeme jím přímku rovnoběžnou s přímkou s a určíme průsečík X^+ této přímky a světelného meridiánu. Konstrukci bodu X^+ , který je bodem vrženého stínu k^+ , provedeme pomocí otočení roviny λ

do μ . Dvojice bodů X_1 a X_1^+ je dvojicí odpovídajících si bodů v osově afinitě určené osou c_1 . V této afinitě sestrojíme ke kružnici k_1 odpovídající elipsu k_1^+ . Nárys k_2^+ sestrojíme např. metodou zpětných paprsků: Zvolíme libovolnou rovnoběžku a hyperboloidu, sestrojíme její vržený stín a' na průmětnu π a určíme společné body P', R' kružnic k' a a' . Zpětnými paprsky sestrojíme body P^+, R^+ křivky k^+ , které leží na rovnoběžce a a které jsou vrženými stíny bodů P, R ležících na kružnici k . Tento postup opakujeme pro další rovnoběžky hyperboloidu a sestrojíme dostatečný počet bodů meze vrženého stínu k^+ . Sestrojíme také body M^+, N^+ , ve kterých mez vrženého stínu k^+ protíná půdorysnu, jako průsečíky meze vrženého stínu p' a k' .

Stín vržený na hyperboloid je ohraničen křivkou k^+ a mezí vlastního stínu p .

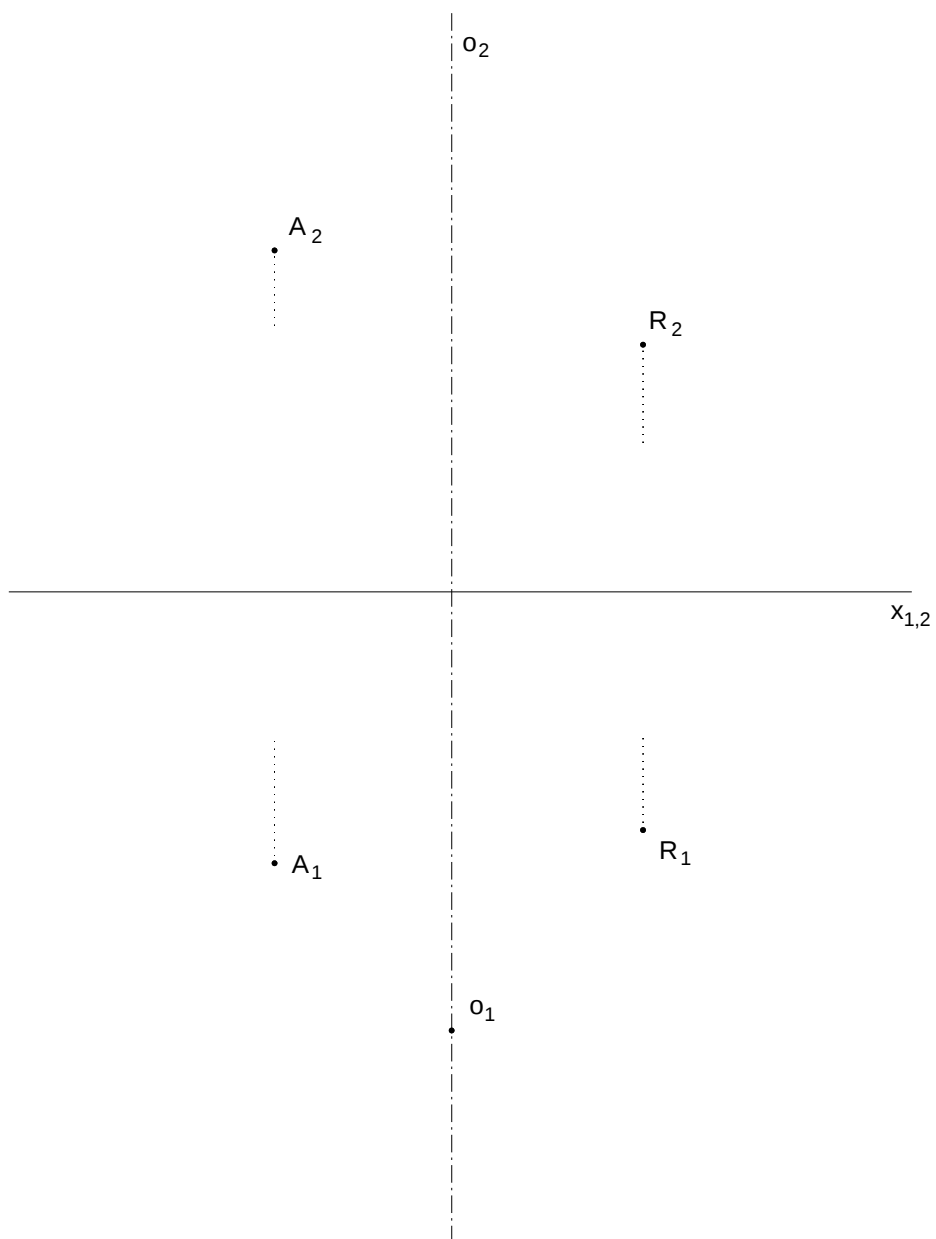
Příklad 20 (řešení)



2 Zadání příkladů

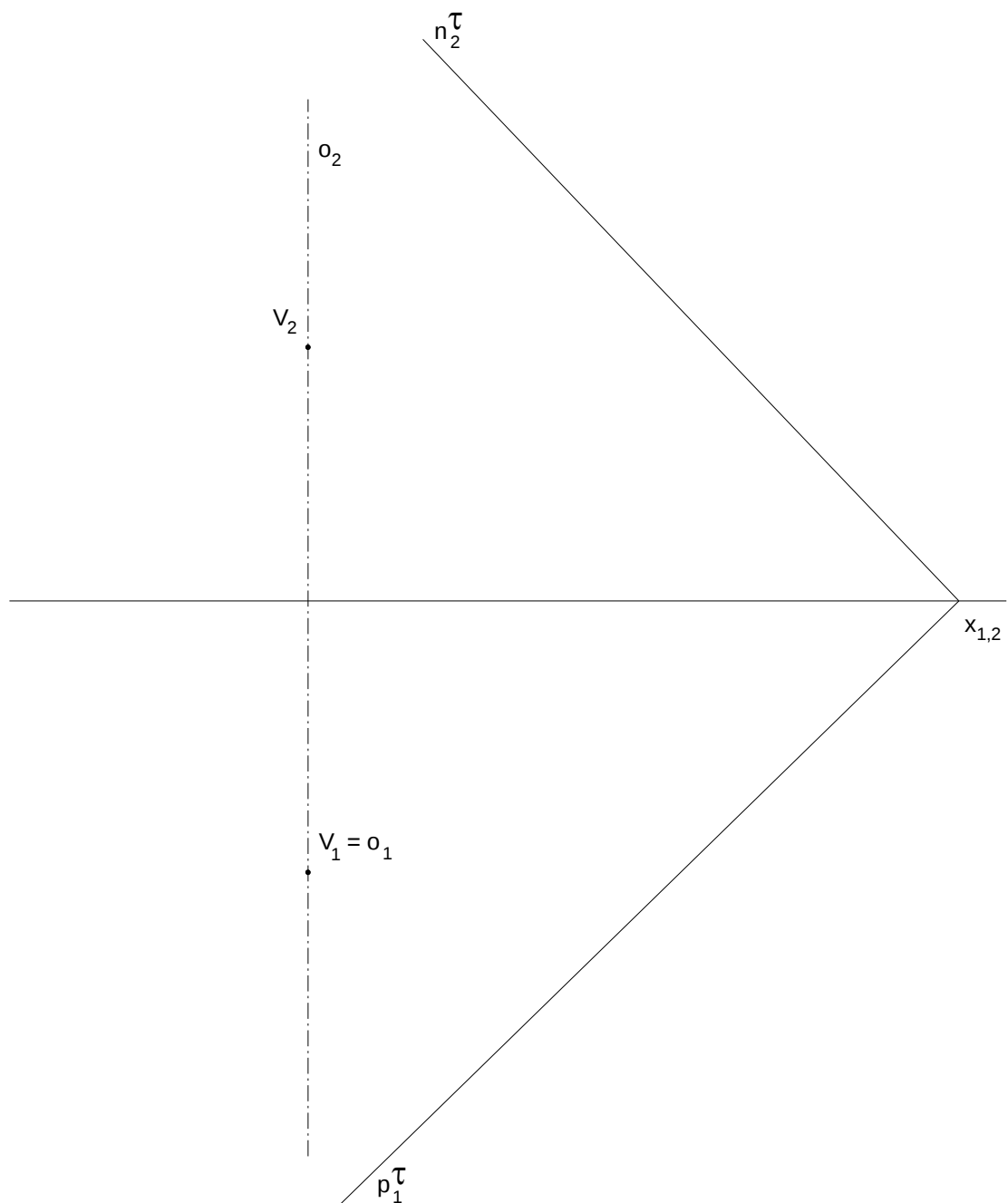
Příklad 1 – Konstrukce rotačního elipsoidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte rotační elipsoid, který je zadán osou rotace, bodem rovníku R a obecným bodem A plochy.



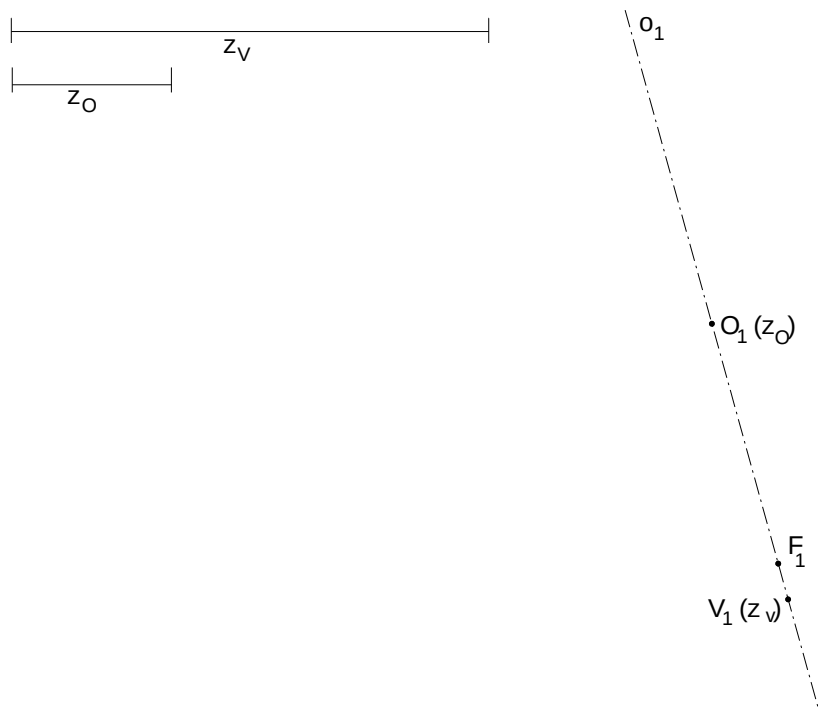
Příklad 2 – Konstrukce rotačního paraboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte rotační paraboloid, který je zadán osou rotace, tečnou rovinou τ a vrcholem V paraboloidu. Určete bod dotyku plochy s rovinou τ a paraboloid omezte půdorysnou.



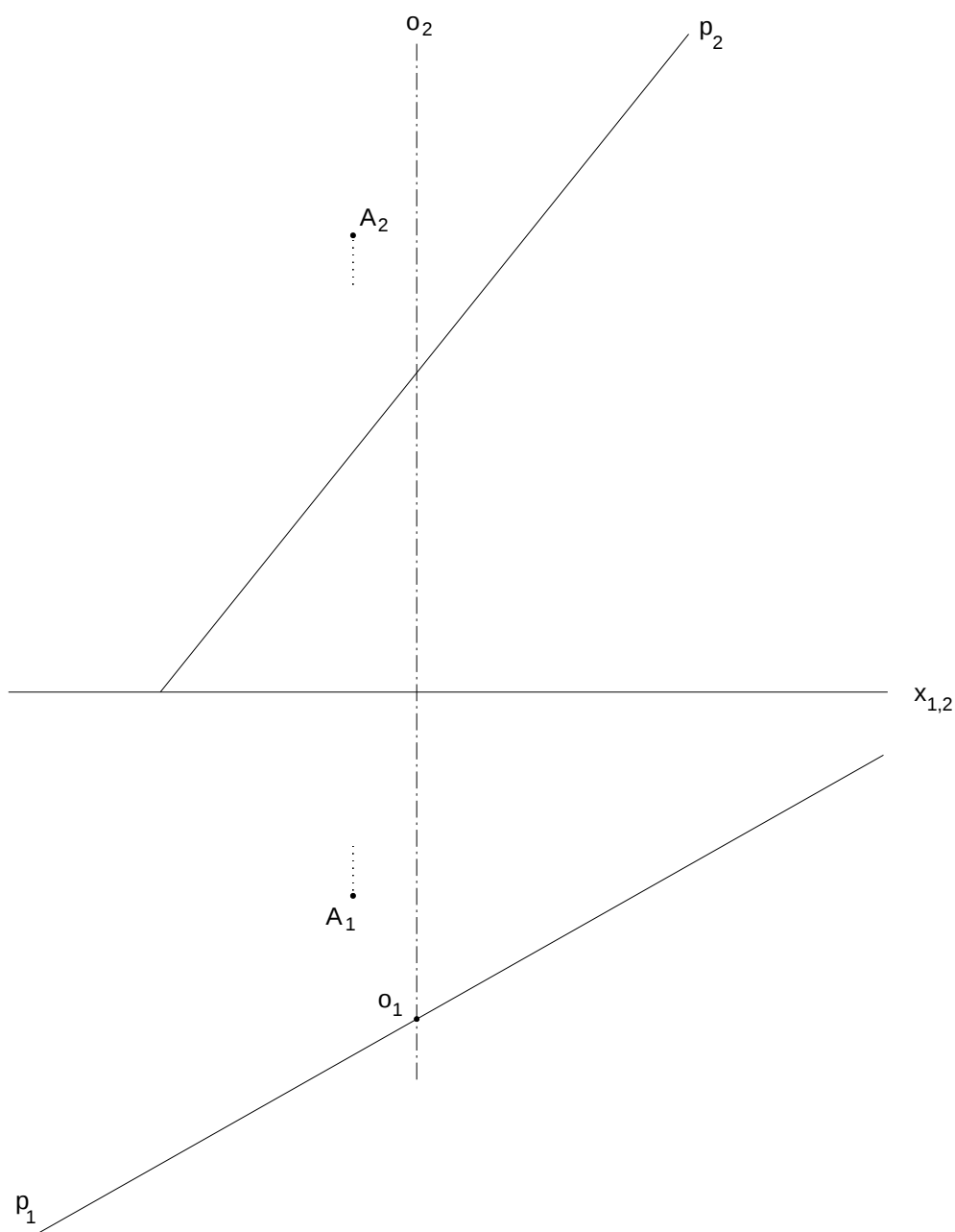
Příklad 3 – Konstrukce rotačního paraboloidu v kótovaném promítání

V kótovaném promítání sestrojte rotační paraboloid, jestliže je zadán jeho vrchol V , ohnisko F . Paraboloid ohraničte rovinou kolmou k ose o paraboloidu a procházející daným bodem O , který leží na ose paraboloidu.



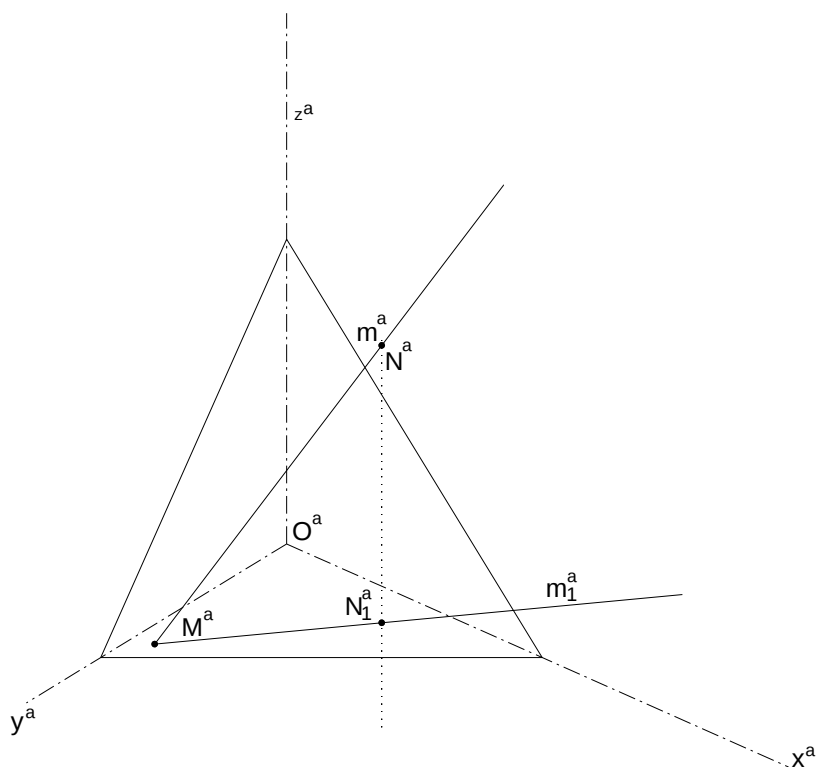
Příklad 4 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte dvojdílný rotační hyperboloid, jestliže je dána osa rotace o , přímka asymptotické kuželové plochy p a bod A hyperboloidu. Plochu omezte půdorysnou a rovinou s ní souměrnou podle středu plochy.



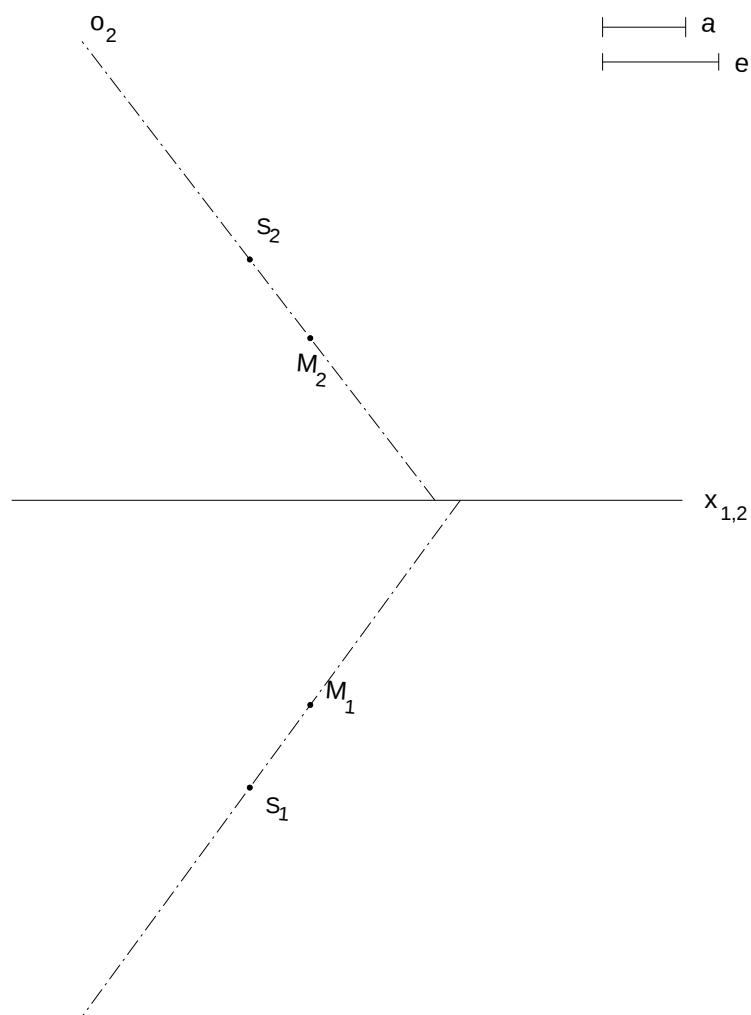
Příklad 5 – Konstrukce jednodílného rotačního hyperboloidu v pravouhlé axonometrii

V pravouhlé axonometrii zadané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte obrys rotačního jednodílného hyperboloidu vytvořeného rotací přímky $m = MN$ kolem osy z . Plochu omezte rovinou danou osami x , y a rovinou s ní rovnoběžnou a souměrnou podle středu hyperboloidu.



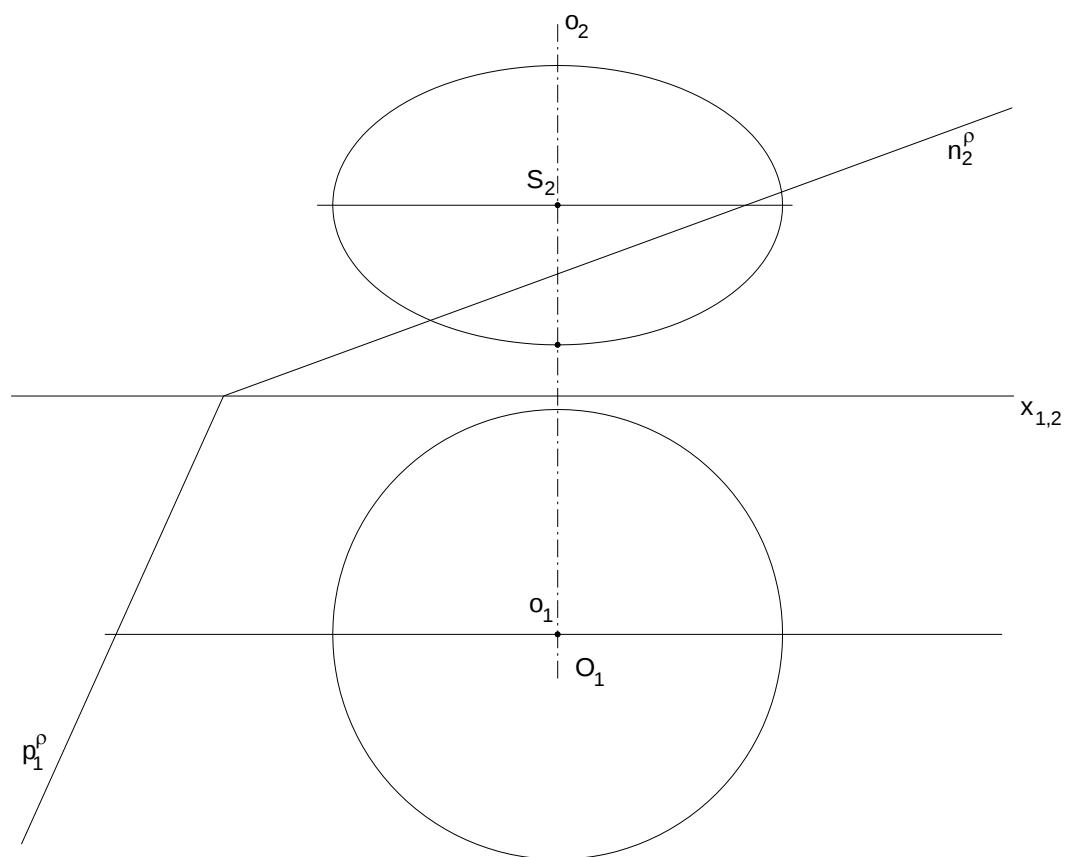
Příklad 6 – Konstrukce dvojdílného rotačního hyperboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání zobrazte rotační dvojdílný hyperboloid s osou o v obecné poloze vzhledem k průmětnám, který je daný osou o , velikostí hlavní osy a a excentricitou e . Plochu omezte rovinou kolmou k ose o a procházející bodem M . Zobrazte řez plochy rovinou ρ .



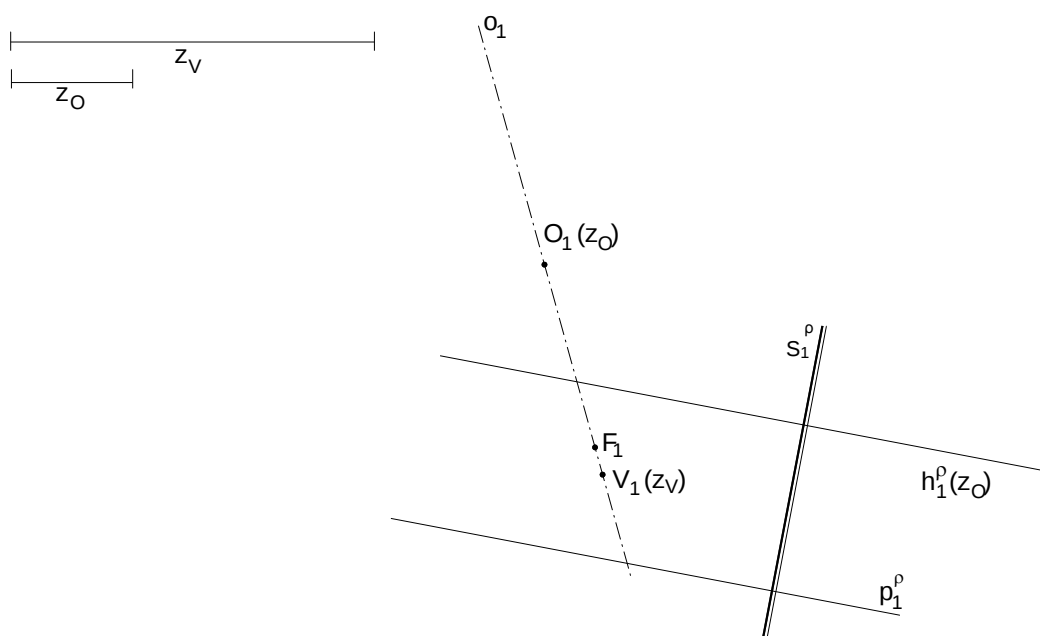
Příklad 7 – Řez rotačního elipsoidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte řez rotačního elipsoidu, jehož osa je kolmá k půdorysně a je zadán meridiánem, rovinou ρ .



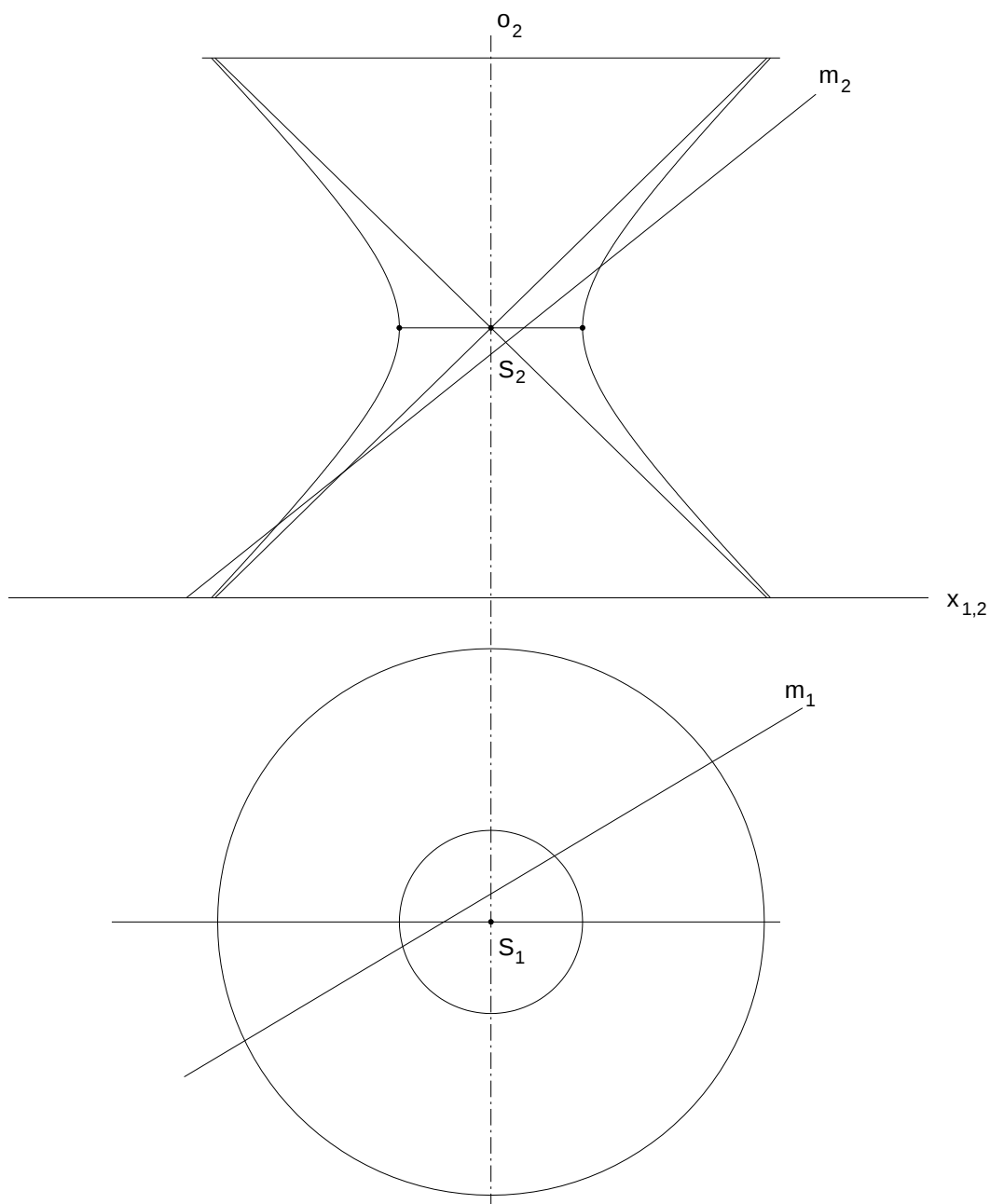
Příklad 8 – Řez rotačního paraboloidu v kótovaném promítání

V kótovaném promítání sestrojte rotační paraboloid, jestliže je zadán jeho vrchol V , ohnisko F . Paraboloid ohraničte rovinou kolmou k ose o paraboloidu a procházející daným bodem O , který leží na ose paraboloidu. Sestrojte řez paraboloidu rovinou ρ , která je zadána stopou a hlavní přímkou.



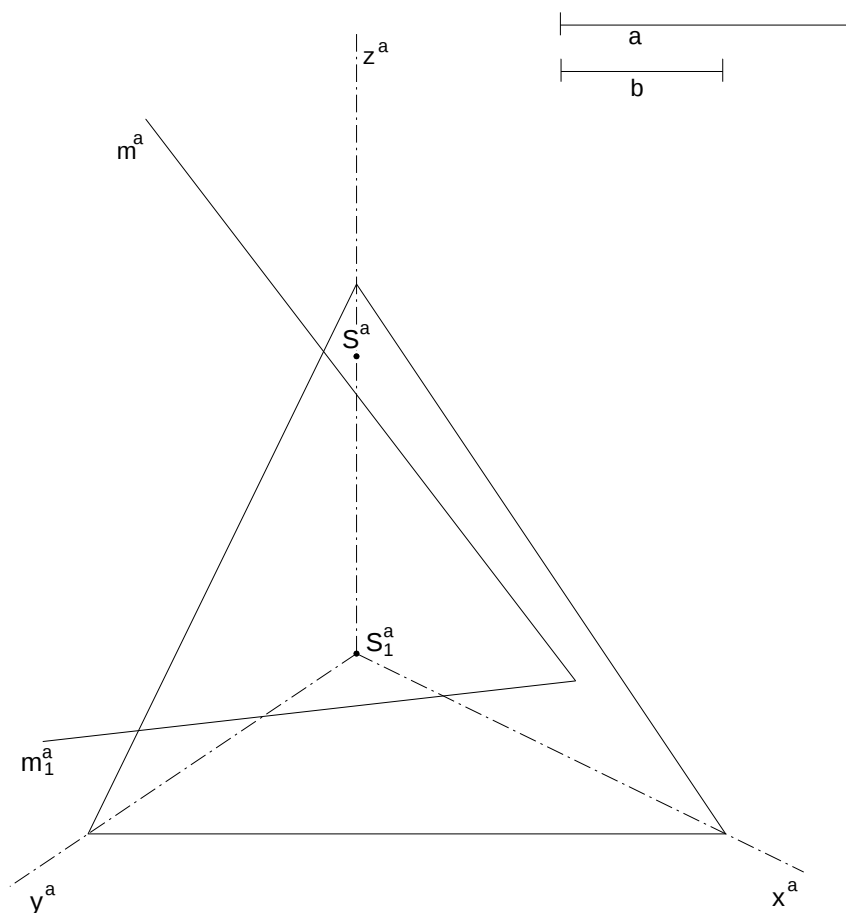
Příklad 9 – Průsečíky přímky s jednodílným rotačním hyperboloidem, tečná rovina hyperboloidu v Mongeově promítání

V Mongeově promítání sestrojte průsečíky přímky m s jednodílným rotačním hyperboloidem, jehož osa je kolmá k půdorysně a je zadán meridiánem. V jednom z průsečíků přímky s hyperboloidem sestrojte tečnou rovinu.



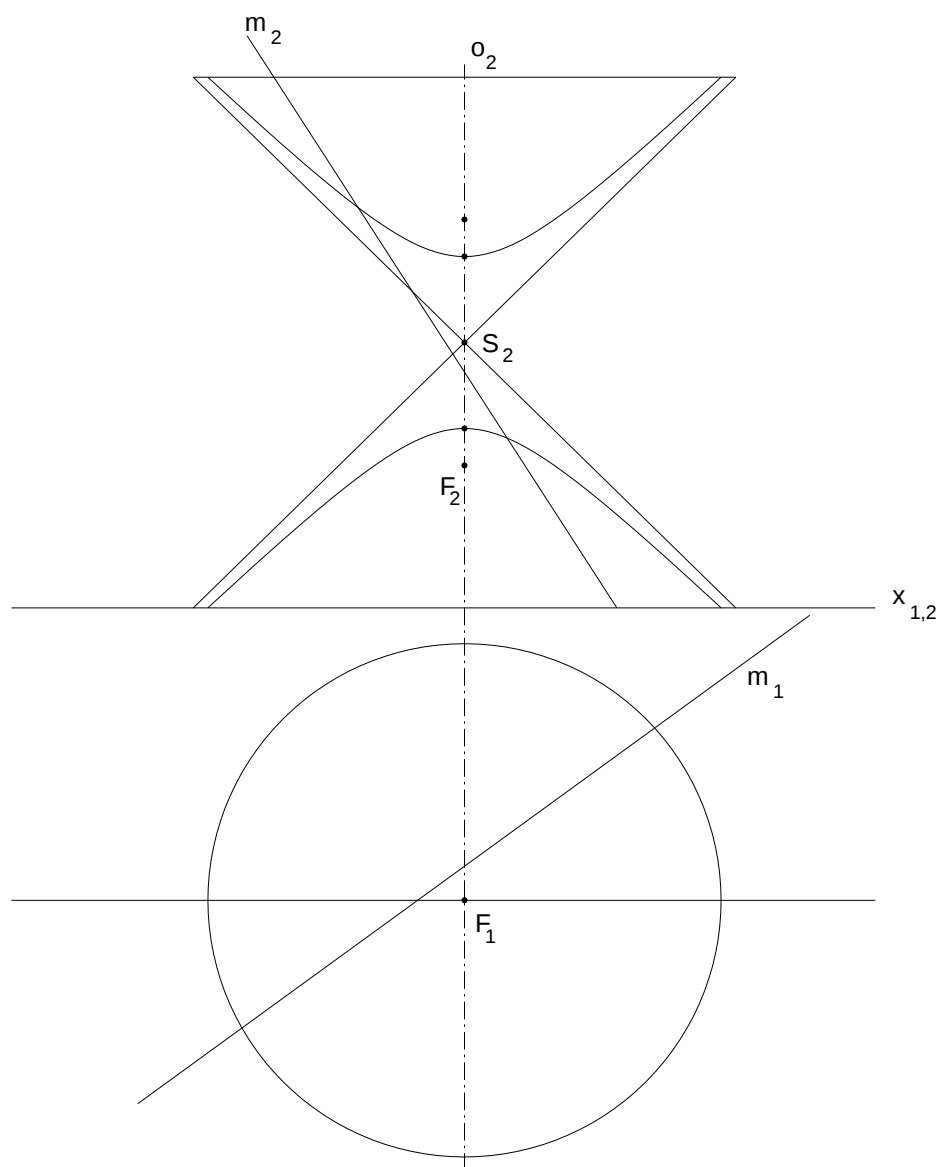
Příklad 10 – Průsečíky přímky s rotačním elipsoidem v axonometrii

V pravoúhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte průsečíky přímky m s protáhlým rotačním elipsoidem, který je zadán středem S a velikostí hlavní osy a a vedlejší poloosy b .



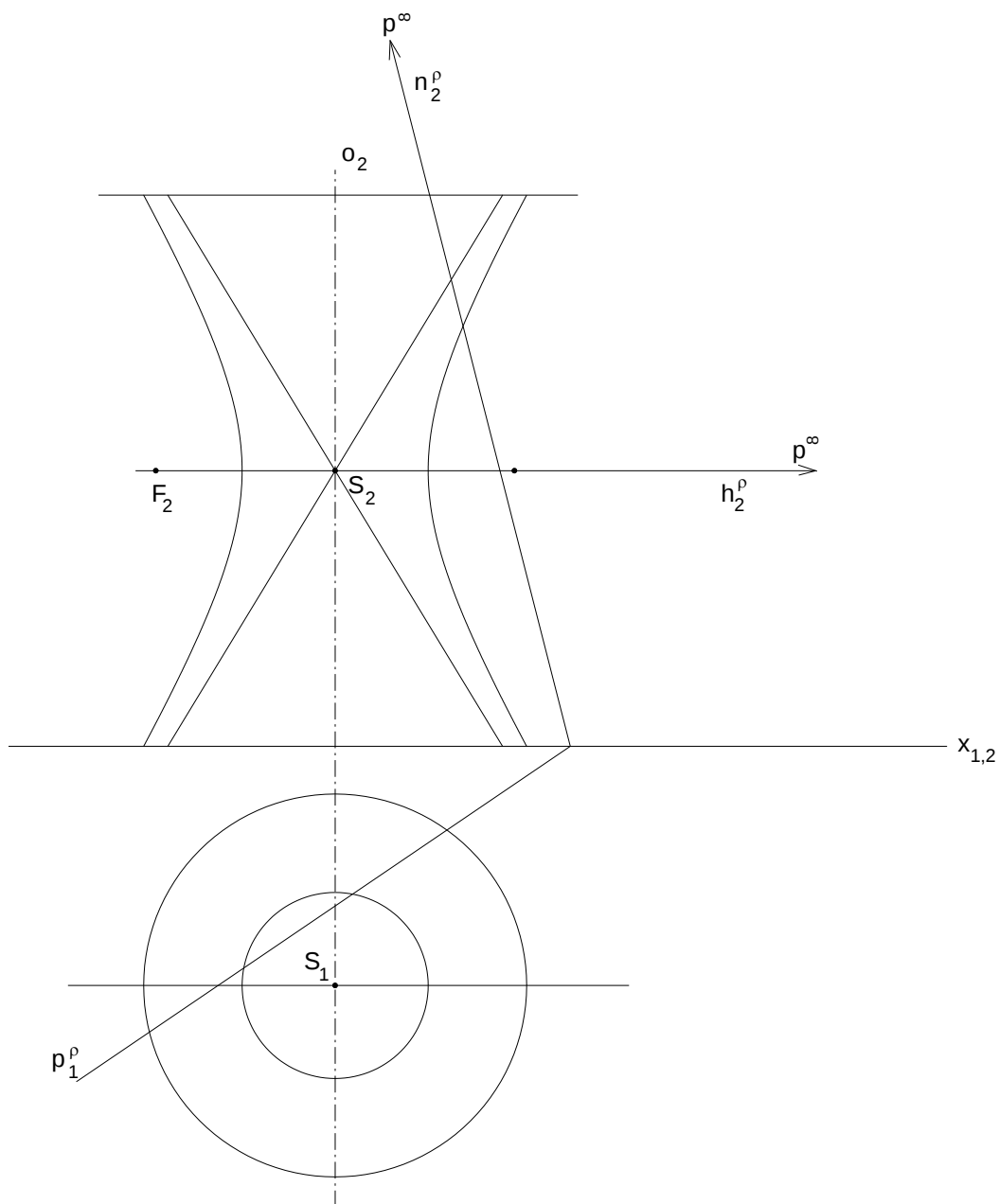
Příklad 11 – Průsečík přímky s dvojdílným hyperboloidem, tečná rovina

V Mongeově promítání sestrojte průsečíky přímky m s rotačním dvojdílným hyperboloidem, jehož osa o je kolmá k půdorysně a je zadán hlavním meridiánem. V jednom průsečíku sestrojte tečnou rovinu plochy.



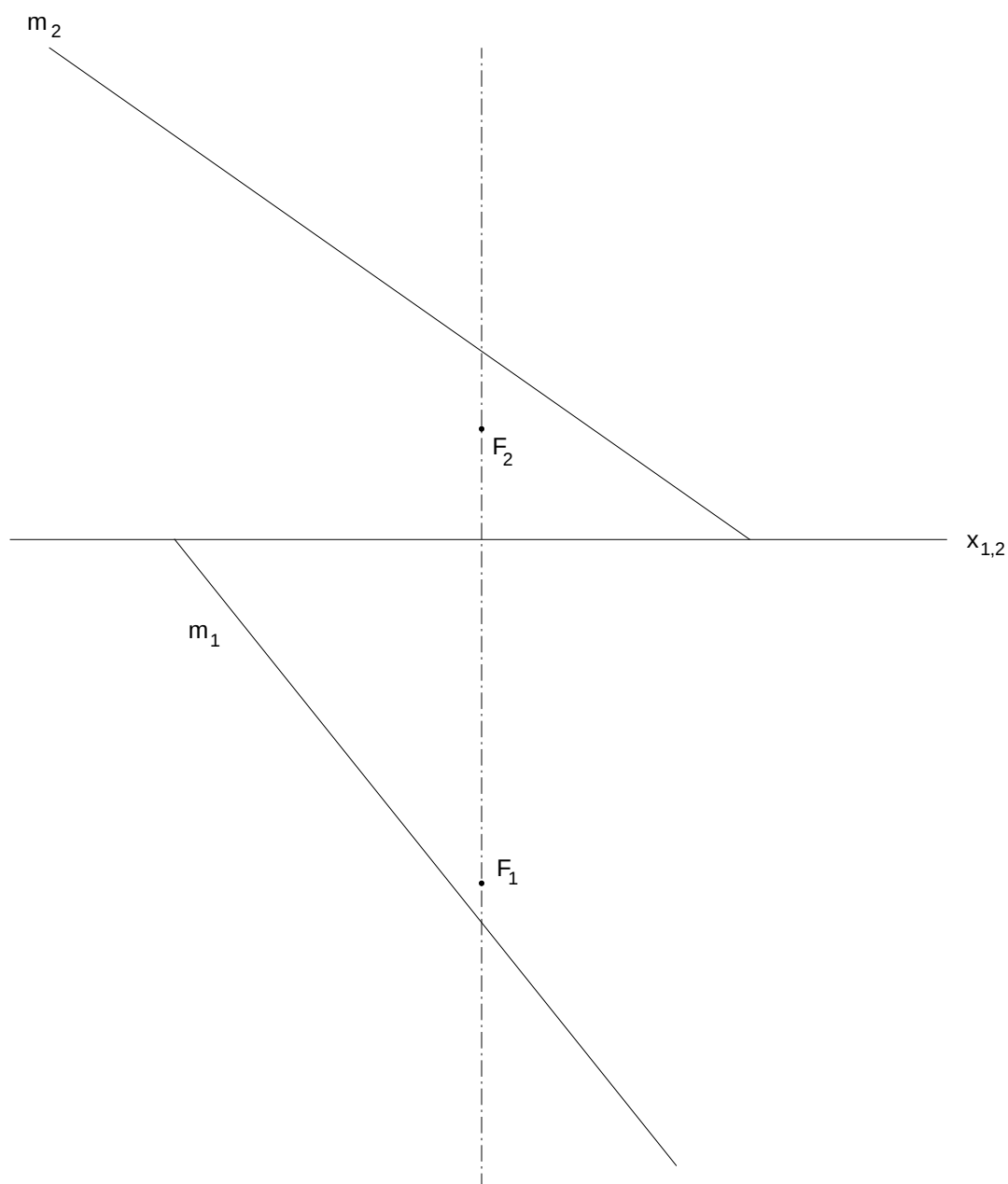
Příklad 12 – Tečné roviny k jednodílnému hyperboloidu procházející nevlastní přímkou

V Mongeově promítání veďte tečné roviny procházející nevlastní přímkou p^∞ , $p^\infty \in \rho$ k rotačnímu jednodílnému hyperboloidu, který má osu o kolmou k půdorysně a je zadán meridiánem.



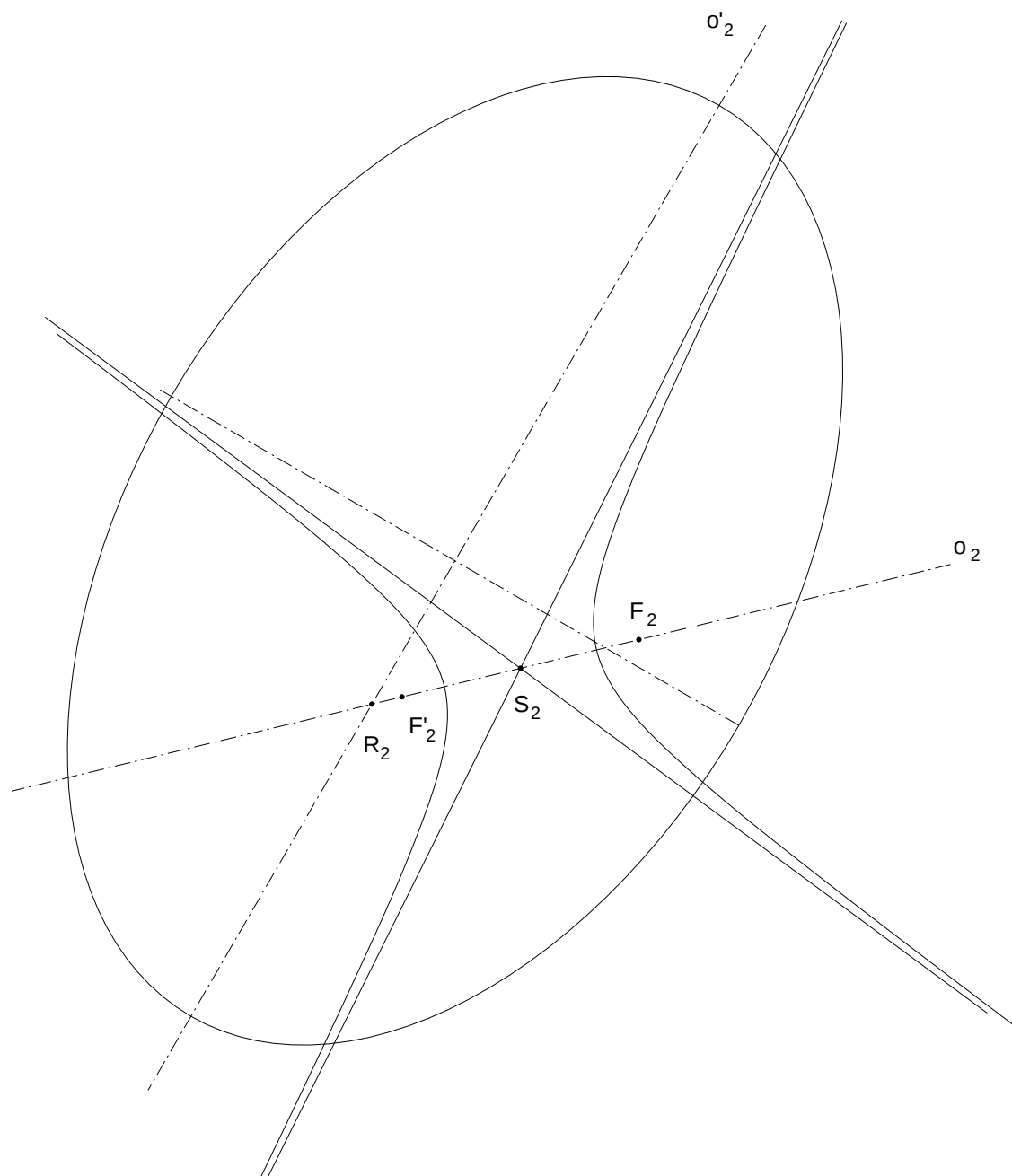
Příklad 13 – Průsečík přímky s rotačním paraboloidem

V Mongeově promítání sestrojte na přímce m body, které mají od daného bodu F a od první průmětny stejnou vzdálenost.



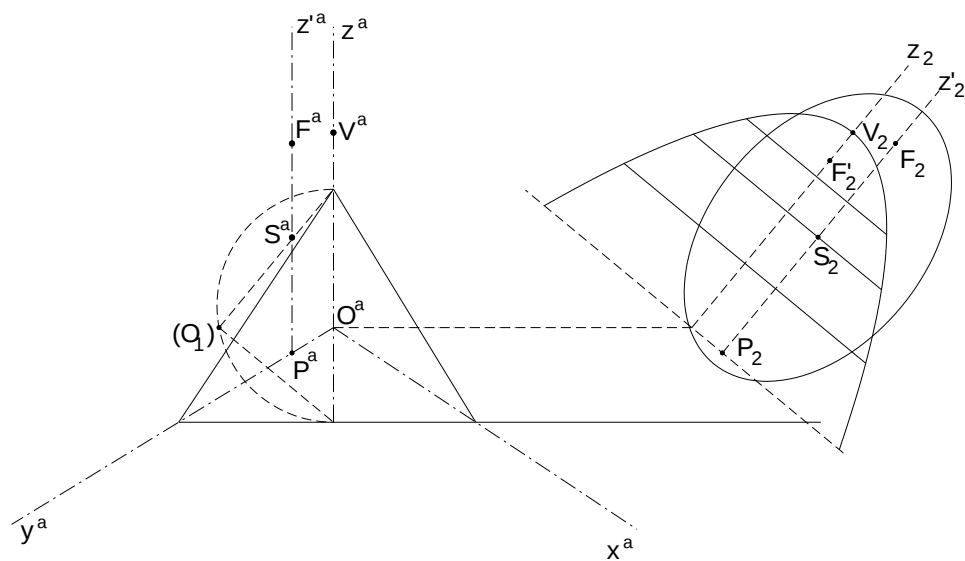
Příklad 14 – Průnik dvojdílného hyperboloidu a elipsoidu

V Mongeově promítání sestrojte průnik rotačního dvojdílného hyperboloidu a rotačního protáhlého elipsoidu s různoběžnými osami ležícími v nárysně.



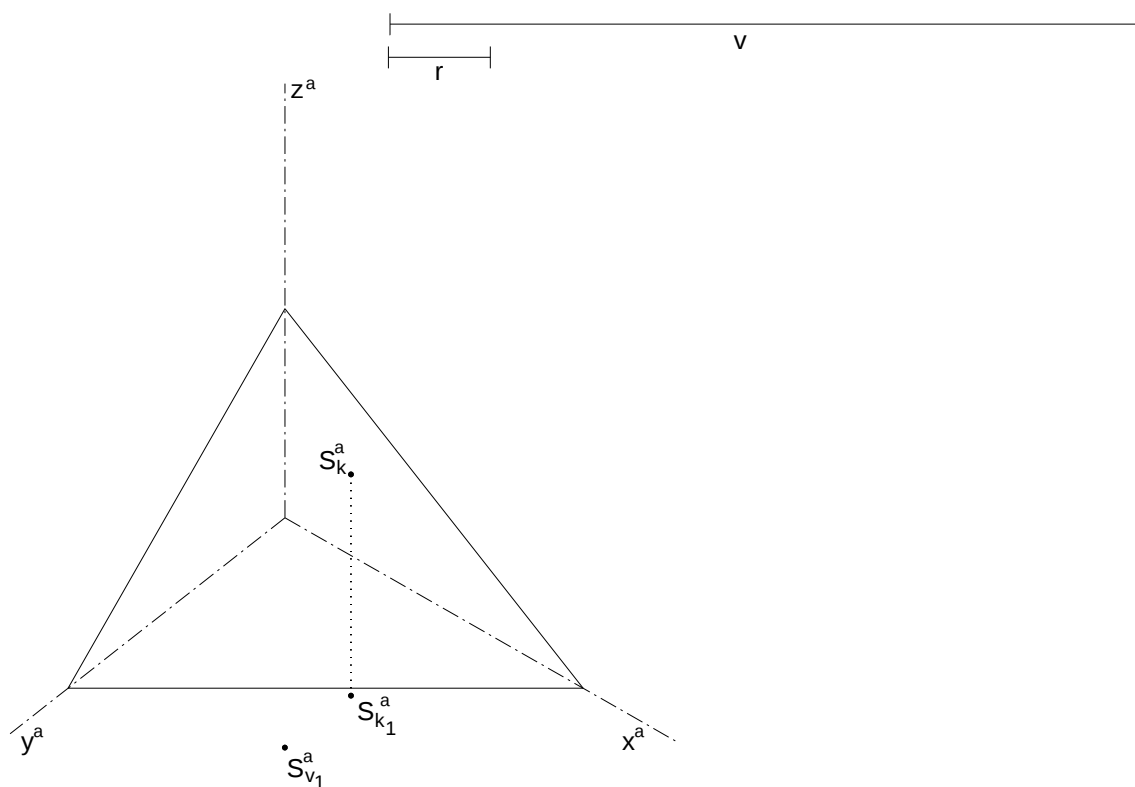
Příklad 15 – Průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu v axonometrii

V pravoúhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu, jejichž osy jsou vzájemně rovnoběžné a leží v bokorysně.



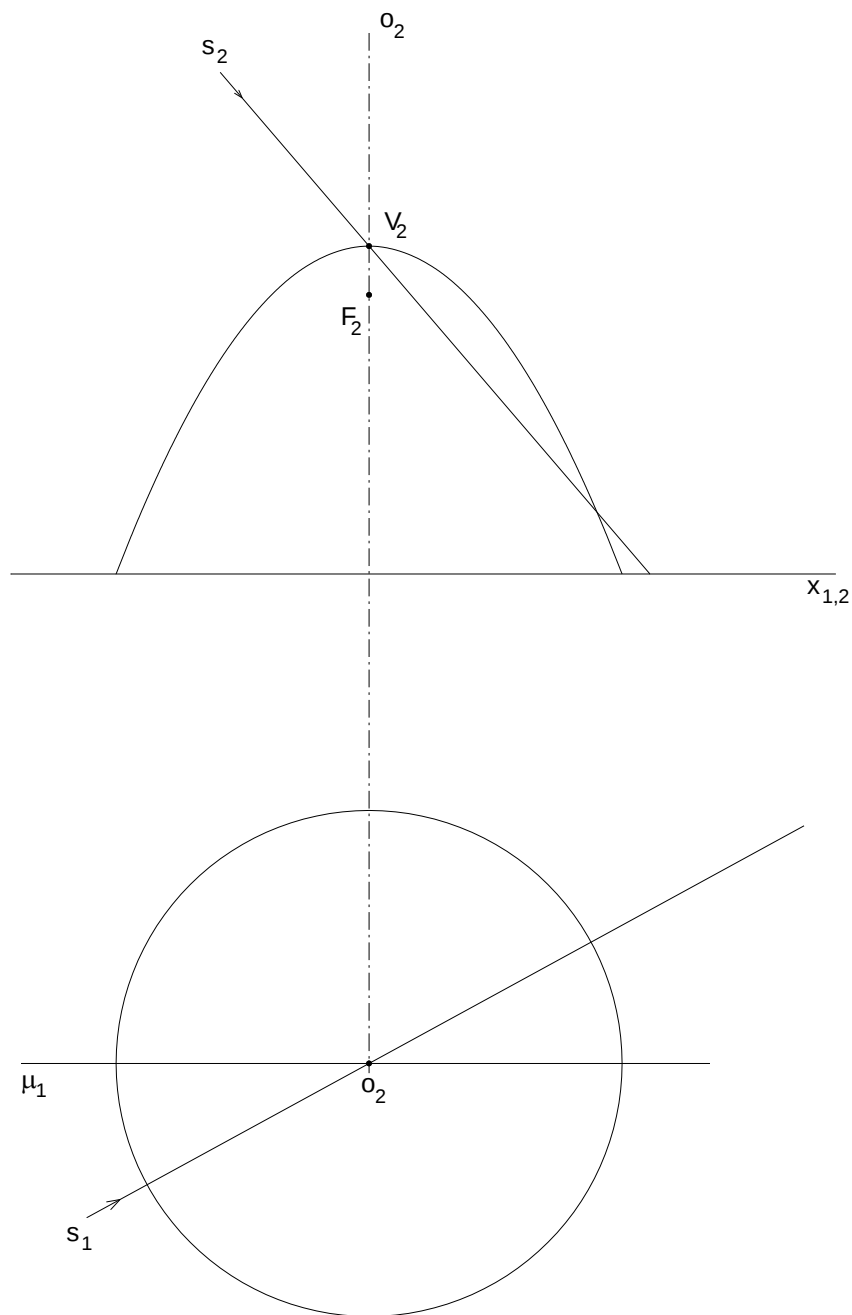
Příklad 16 – Vivianiho křivka

V pravoúhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte průnikovou křivku rotačního válce se středem podstavy S_v v půdorysně, výškou v a poloměrem podstavy r a kulové plochy se středem S_k a poloměrem $2r$, osa rotačního válce je v ose z a jedna z povrchových přímek rotačního válce prochází středem S_k dané kulové plochy. (Průnikovou křivkou je tzv. Vivianiho křivka).



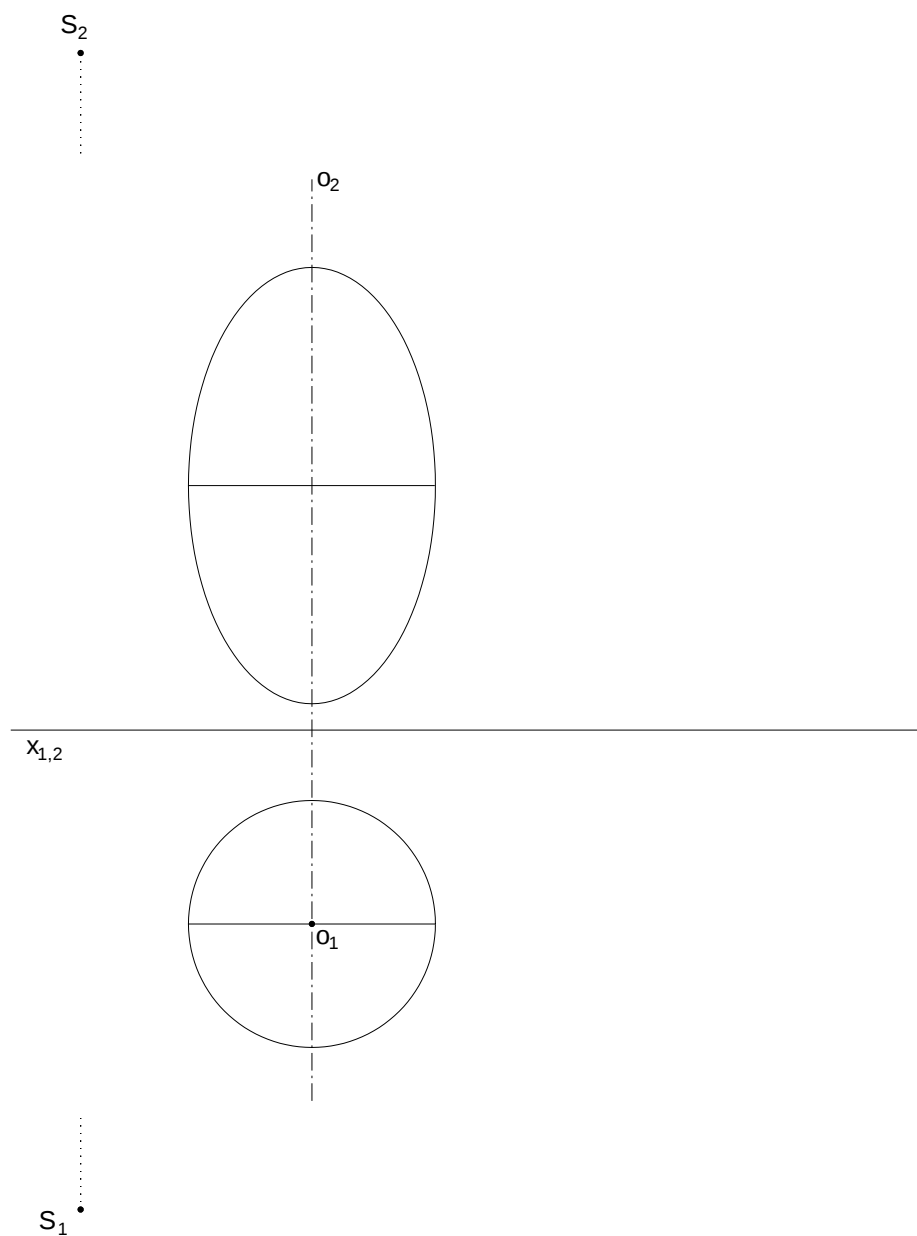
Příklad 17 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu

V Mongeově promítání zobrazte rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu, jehož osa je kolmá k půdorysně. Sestrojte stín vržený do půdorysny.



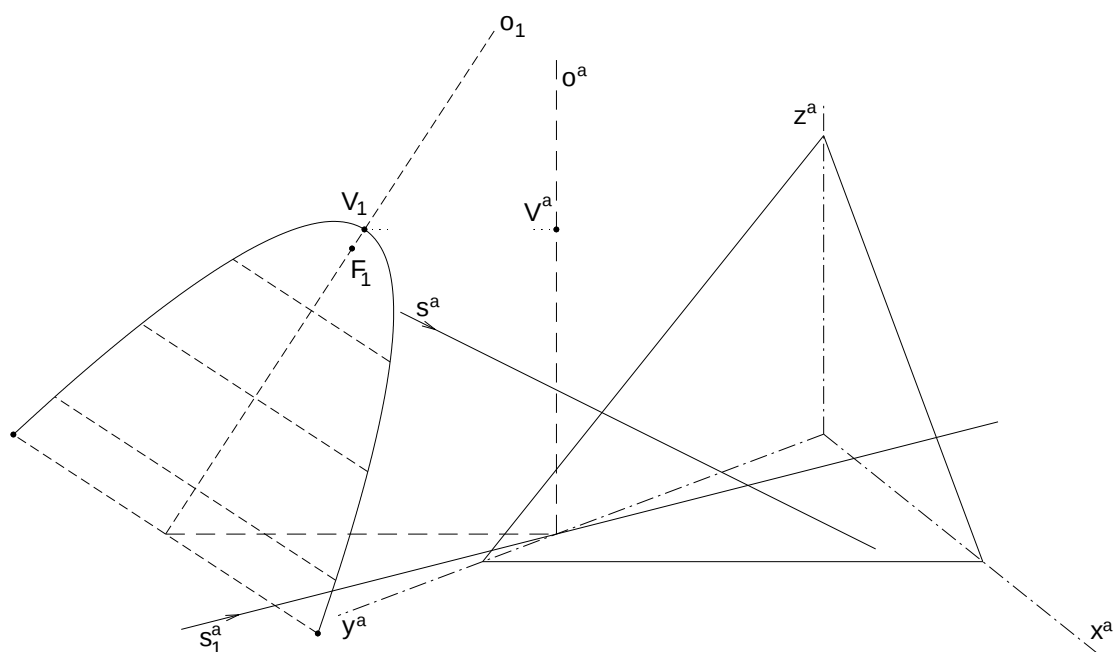
Příklad 18 – Středové osvětlení protáhlého elipsoidu

V Mongeově promítání zobrazte středové osvětlení rotačního protáhlého elipsoidu s osou kolmou k π ze středu S . Sestrojte stín vržený do půdorysny.



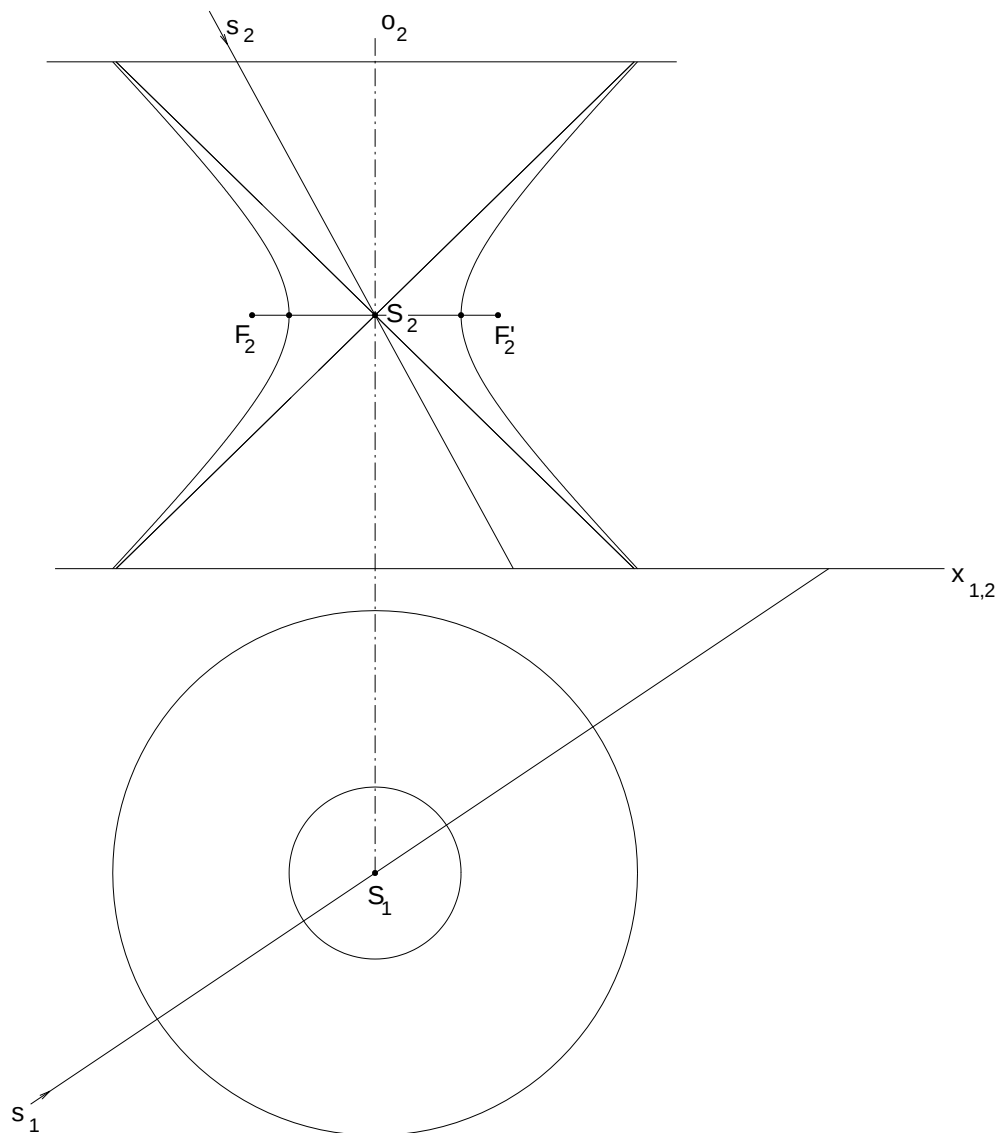
Příklad 19 – Rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu v axonometrii

V pravouhlé axonometrii zadané axonometrickým trojúhelníkem sestrojte rovnoběžné osvětlení rotačního paraboloidu, jehož osa je rovnoběžná s axonometrickou osou z . Rotační paraboloid je zadán meridiánem ležícím v promítací rovině σ . Sestrojte stín paraboloidu vržený do průmětny π .



Příklad 20 – Rovnoběžné osvětlení jednodílného hyperboloidu

V Mongeově promítání sestrojte rovnoběžné osvětlení rotačního jednodílného hyperboloidu, jehož osa je kolmá k π . Sestrojte stín vržený na průmětny.



Literatura

- [1] JUKLOVÁ, L., *Rotační plochy*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého v Olomouci, 2012. ISBN .
- [2] OŠLEJŠKOVÁ, M., *Rotační kvadriky v příkladech*, diplomová práce, PřF UP Olomouc, 2012.
- [3] DOLEŽAL, M., POLÁČEK, J., TŮMA, M., *Sbírka řešených příkladů z deskriptivní a konstruktivní geometrie. Díl 5. Rotační a šroubové plochy*. 2. vyd. Ostrava: VŠB – Technická univerzita, 2003. ISBN 80-248-0408-5.
- [4] DOLEŽAL, M., POLÁČEK, J., *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie. Díl 5: Křivky a plochy technické praxe*. 2. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2008. ISBN 978-80-248-1803-0.
- [5] HORÁK, S., *Sbírka řešených úloh z deskriptivní geometrie, 2.díl*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1966.
- [6] JAROLÍMEK, Č., PROCHÁZKA, B., *Deskriptivní geometrie pro vysoké školy technické*. 2. nezměněné vyd. Praha: Česká matice technická, 1919.
- [7] KADERÁVEK, F., KOUNOVSKÝ, J., KLÍMA, J., *Deskriptivní geometrie, díl 1*. Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1929.
- [8] KOPŘIVOVÁ, H., *Deskriptivní geometrie II*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997. ISBN 80-01-01594-7.
- [9] MACKOVÁ, B., a kol., *Deskriptivná geometria v príkladoch*. 2.vyd. Bratislava: Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, 1964. 63-104-64.
- [10] MACHALA, F., *Rotační plochy*. 2. vyd. Olomouc: Rektorát UP v Olomouci, 1992. ISBN 80-7067-169-6.
- [11] PISKA, R., MEDEK, V., *Deskriptivní geometrie II, vysokoškolská učebnice*. Praha: SNTL, 1966.
- [12] URBAN, A., *Deskriptivní geometrie I*. 3. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1982.
- [13] URBAN, A., *Deskriptivní geometrie II*. 3. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1984.
- [14] VALA, J., *Deskriptivní geometrie, část 1*. 7. vyd. Brno: Nakladatelství Vysokého učení technického, 1992. ISBN 80-214-0376-4.
- [15] VESELÝ, F., FILIP, J., *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*. Praha: Přírodovědecké vydavatelství, 1952.

Mgr. Marie Ošlejšková,
RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.

Rotační kvadriky v příkladech

Výkonný redaktor Prof. RNDr. Tomáš Opatrný, Dr.
Odpovědná redaktorka Mgr. Jana Kreiselová
Technická redakce autor

Určeno pro studenty Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc
www.upol.cz/vup
www.e-shop.upol.cz
vup@upol.cz

Tato publikace neprošla redakční jazykovou úpravou.

Olomouc 2013

1. vydání

Edice -skripta

ISBN 978-80-244-3998-3

Neprodejná publikace

VUP 2013/743